مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال ششم، شماره ۳ (پیاپی ۳۰)، پائیز ۹۰، ص ص ۴۰-۲۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مقایسه روش‌های پارامتری و ناپارامتری در بهینه‌سازی سامانه‌های نساجی با رویکرد طرح پارامتری استوار

محمد بامنی‌مقدم*
دانشیار گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران

رسید مقاله: سوم اسفند ماه ۱۳۸۹
پذیرش مقاله: چهارم تیر ماه ۱۳۹۰

چکیده

طرح استوار پارامتری از جمله روش‌های آماری و مهندسی است که با اثربخشی هزینه به عنوان رویکردی برای بهبود کیفیت محصولات و فرایندها به کار گرفته می‌شود. هدف از طرح استوار پارامتری انتخاب سطوحی از عوامل قابل کنترل است که مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر را بهینه کند. مولفه اصلی در یک طرح استوار پارامتری بر این فرض استوار است که مدل‌های مناسبی برای میانگین یا واریانس فرایند براورد شده باشند. به طور سنتی، مدل‌بندی میانگین و واریانس به صورت پارامتری انجام می‌گیرد. در اغلب موارد به ویژه وقتی واریانس مدل‌بندی می‌شود، روش‌های ناپارامتری به علت ماهیت منحنی‌وار بودن تابع برازش داده شده بیش‌تر مناسب هستند. در این مقاله ضمن بهینه‌سازی فرایند رنگرزی الیاف پشم در صنایع نساجی با دو روش پارامتری و ناپارامتری، به مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این دو روش می پردازیم.

کلمات کلیدی: طرح استوار پارامتری، میانگین توان‌های دوم خطا، رویه‌ی پاسخ، طرح آزمایش، رگرسیون خطی موضعی.

۱ مقدمه

طرح استوار پارامتری از جمله روش‌های آماری و مهندسی است که به عنوان رویکردی با اثربخشی هزینه برای بهبود کیفیت محصولات و فرایندها به کار می‌رود. این طرح که اولین بار توسط شخصی به نام تاگوچی [۱] معرفی شد، قصد دارد سطوحی از عوامل قابل کنترل ورودی در یک سامانه را به گونه‌ای پیدا کند که باعث شود مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر نسبت به تغییرات متغیرهای اغتشاش‌گر استوار یا بدون تغییر بماند. به عبارتی دیگر، تلاش عمده‌ی طرح استوار پارامتری بر آن است که تحت حدود رواداری پهن یعنی تحت شرایط به‌کارگیری مواد و قطعات با درجه پایین‌تر، تجهیزات ارزان‌تر و شرایط محیط به کارگیری با دامنه‌ی گسترده‌تر، از طریق تعیین مقادیر عوامل قابل کنترل نافذی که کم‌ترین اثر را در هزینه ساخت دارند، بهینه‌سازی مشخصه کیفیت

*عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: bamenimoghadam@gmail.com

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

مورد نظر به گونه‌ای صورت گیرد که اولاً حساسیت عملکرد محصول نسبت به عوامل اغتشاش کاهش یابد(کاهش پراکندگی متغیر پاسخ) و ثانیاً میانگین مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر به مقدار آرمانی نزدیک‌تر شود (کاهش اریبی متغیر پاسخ). این کار می‌تواند از طریق مینیمم کردن میانگین توان‌های دوم خطا (MSD) که به صورت زیر تعریف می‌شود به منظور کاهش همزمان اریبی و پراکندگی انجام پذیرد.

$$MSD = E\left[y(x) - T\right]^2 = \left\{E\left[y(x)\right] - T\right\}^2 + Var\left[y(x)\right]$$

که در آن T مقدار هدف، x متغیر(های) ورودی و $y(x)$ متغیر پاسخ یا همان مشخصه‌ی کیفیت مورد بررسی است که به صورت تابعی بر حسب متغیر(های) ورودی بیان شده است. همان طور که در رابطه فوق دیده می‌شود، بخش اصلی طرح استوار پارامتری بر این فرض استوار است که مدل‌های میانگین و واریانس پاسخ به خوبی براورد یا تخمین زده شده باشند. از جمله مهم‌ترین روش‌های براورد و تخمین مدل، روش رویه‌ی پاسخ است که در آن ترکیبی از طرح آزمایش‌ها و روش‌های آماری برای مدل‌سازی تجربی و براورد پارامترها استفاده می‌شود. اساس کار در این روش به این ترتیب است که ابتدا سطوح مختلفی از متغیرهای ورودی تحت عنوان آزمون‌های یک آزمایش طراحی شده تعیین، و برای هر کدام از این آزمون‌ها متغیر پاسخ اندازه‌گیری می‌شود سپس با توجه به اطلاعات به‌دست آمده و با توجه به تعداد متغیرهای ورودی، منحنی یا رویه‌ی پاسخ با استفاده از روش‌های رگرسیونی برازش داده می‌شود. با استفاده از این رویه پاسخ و با توجه به مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر است که حالت بهینه‌ی سامانه بر اساس طرح استوار پارامتری به وسیله الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیدا و مقدار پاسخ و مقدار واریانس در این نقطه محاسبه می‌گردند. مهمترین و آخرین دستاورد این روش‌ها روش بهینه‌سازی رویه پاسخ دوگان است که توسط وینینگ و مه‌یرز ابداع شد [۲]. در این روش علاوه بر میانگین متغیر پاسخ، برای مدل واریانس نیز به طور جداگانه رویه برازش داده می‌شود. در این ارتباط، روش‌های متفاوتی برای مدل‌سازی متغیر پاسخ و متغیرهای ورودی وجود دارد که به طور عمده می‌توان آن‌ها را به دو روش پارامتری و ناپارامتری تقسیم‌بندی کرد. در روش پارامتری فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود در حالی که در روش ناپارامتری فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفته نمی‌شود در حقیقت اساس روش ناپارامتری بر این است که به داده‌ها اجازه داده می‌شود که خود از میان مدل‌های موجود بهترین مدل را انتخاب کنند. با توجه به این موضوع که در عمل کم‌تر به مواردی برخورد می‌کنیم که بتوان در آن‌ها فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفت، از این رو روش ناپارامتری کارایی بهتری نسبت به روش پارامتری از خود نشان می‌دهد. در این ارتباط وینینگ و بوهن نشان دادند [۳] وقتی نمی‌توان پارامترهای مدل را به طور کامل مشخص کرد، نمی توان از مدل‌های پارامتری برای مدل‌بندی میانگین و واریانس استفاده نمود.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

در نتیجه، آن‌ها استفاده از روش ناپارامتری را پیشنهاد دادند. گاسر و مولر [۴] و اندرسون کوک و پرویت[۵]، از جمله افرادی بودند که به معرفی روش‌های ناپارامتری پرداختند.

هدف اصلی در این مقاله، بهینه‌سازی فرایند رنگرزی الیاف پشم در صنایع نساجی با دو روش پارامتری و ناپارامتری بر اساس طرح پارامتری استوار و مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این دو روش می‌باشد. الیاف پشم یکی از مهم‌ترین الیاف طبیعی مصرفی در صنعت نساجی است که به دلیل کیفیتی که دارند از قیمت بالایی برخوردار می‌باشند. بنابر این لازم است توجه و مراقبت زیادی در طی فرایندهایی که در این صنعت بر روی آن انجام می‌گیرد، برای حفظ کیفیت آن به کار گرفته شود. از جمله فرایندهایی که بر روی این الیاف صورت می گیرد فرایند رنگرزی است که معمولاً در آن متغیرهای متعددی تأثیرگذار هستند. در این تحقیق متغیرهای دما، زمان و غلظت لیپوزوم مورد بررسی قرار گرفته و بقیه متغیرها (از جمله درصد رنگزا، PH حمام ، فشار هوا و ...) به میزان مصرف متداول در صنعت در نظر گرفته می‌شود. هدف از بهینه‌سازی در این‌جا، کشف سطوحی از این عوامل است که به موجب آن، مقدار MSD در آن سطوح کمینه شود. برای این منظور و با توجه به تصادفی بودن متغیر پاسخ خروجی که در این‌جا همان میزان رنگ جذب شده توسط کالای پشمی است، از دو روش پارامتری و ناپارامتری که در آن‌ها لازم است داده‌ها با به‌کارگیری یک طرح آزمایشی مناسب تولید شوند، استفاده خواهیم کرد.

روند کار انجام گرفته در این مقاله به این ترتیب است که ابتدا در بخش۲ به بیان روش تولید داده‌ها و ساختار طرح آزمایشی مورد استفاده در این مقاله می‌پردازیم سپس در بخش ۳ و ۴ ضمن معرفی روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و ناپارامتری، با استفاده از این دو روش به بهینه‌سازی فرایند رنگرزی در صنعت نساجی می‌پردازیم. همچنین در بخش ۵ نتایج به دست آمده در این دو روش را با یکدیگر مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

۲ تولید داده‌ها و ساختار طرح آزمایش

همان طور که گفته شد در فرایند رنگرزی متغیرهای متعددی تأثیرگذار هستند که در این تحقیق تنها تاثیر متغیرهای دما، زمان و غلظت لیپوزوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. دامنه‌ی تغییرات در نظر گرفته شده برای این عوامل در جدول زیر آورده شده است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ۱. دامنه‌ی متغیرهای مؤثر بر فرایند رنگرزی

دامنه / عوامل	پایین	بالا
A : دمای رنگرزی (^oc)	۷۵	(۹۵) جوش
B : زمان رنگرزی (min)	۳۰	۶۰
C : غلظت لیپوزوم (٪)	۱	۳

حال لازم است از یکی از طرح‌های رویه‌ی پاسخ به منظور براورد رویه پاسخ و تولید داده‌ها، استفاده شود که در این مقاله با توجه به خصوصیات مناسب طرح مرکب مرکزی(CCD) (باکس و دراپر) [۶]، یک سری آزمایش‌های کنترل شده را با به کارگیری طرح مرکب مرکزی دوران‌پذیر با مقدار α=۱/۶۸۲ و ۶ بار تکرار در مرکز طرح ($n_{\circ}=6$) به منظور تامین اهداف مورد بررسی، انجام می‌دهیم به این ترتیب که در هر آزمایش کالای پشمی را در حمام رنگرزی حاوی ۲٪ ماده‌ی رنگزای روناس (درصد روناس بر اساس وزن کالا)، اسید استیک (برای رسیدن به PH= ۵/۵ که با توجه به نوع رنگزای مصرفی انتخاب شده است) و ۴۰/۱ لیتر آب که با توجه به نسبت وزن کالای پشمی انتخاب می‌شود، قرار داده و بعد از رسیدن به شرایط در نظر گرفته شده برای هر آزمایش، نمونه‌ی کالای پشمی از حمام رنگرزی خارج و شستشو داده می‌شود تا رنگ‌هایی که به صورت سطحی بر روی کالا جذب شده‌اند از آن زدوده شود سپس با گرفتن عکس از روی آن توسط دستگاه اسپکتروفتومتر انعکاسی، میزان کمی انعکاس رنگ (R) تعیین می‌شود. هرچه رنگزای بیش‌تری جذب کالا شده باشد، یعنی هرچه رمق‌کشی بیش‌تر باشد، کالا پررنگ‌تر و میزان انعکاس کم‌تر خواهد بود و هرچه رنگزای کم‌تری جذب کالا شده باشد، رمق‌کشی کم‌تر و کالا کم‌رنگ‌تر بوده و میزان انعکاس بالاتری به دست می‌آید. از آن‌جا که به دست آوردن میزان دقیق جذب از روی عدد انعکاس (R) امکان‌پذیر نیست، لذا از ضریب جذب رنگزا K/S که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید، استفاده می‌شود.

$$\mathrm{K/S}=\frac{(1-R)^2}{2R}$$

نتایج حاصل از این طرح، در جدول ۲ ارایه شده است.

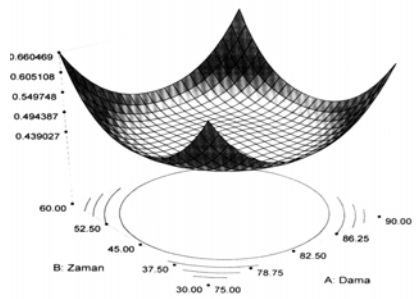
[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ۲. طرح CCD با سه متغیر

	U	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	$Y\ (k/s)$	S
نقاط عاملی	۱	−۱	−۱	−۱	۷/۰۵	۷/۵۷	۱۰/۳۰	۸/۳۱	۱/۷۵
	۲	۱	−۱	−۱	۲۵/۱۰	۲۲/۶۰	۲۴/۱۸	۲۳/۹۶	۱/۲۶
	۳	−۱	۱	−۱	۱۴/۴۰	۱۳/۶۶	۱۶/۴۶	۱۴/۸۴	۱/۴۵
	۴	۱	۱	−۱	۲۴/۸۰	۲۲/۵۵	۲۴/۴۷	۲۳/۹۴	۱/۲۲
	۵	−۱	−۱	۱	۸/۲۷	۷/۰۴	۹/۵۰	۹/۲۷	۱/۲۳
	۶	۱	−۱	۱	۲۱/۴۳	۲۳/۷۵	۲۳/۵۵	۲۲/۹۱	۱/۲۹
	۷	−۱	۱	۱	۱۸/۷۹	۱۶/۰۰	۱۸/۶۳	۱۷/۸۱	۱/۵۷
	۸	۱	۱	۱	۲۱/۵۴	۲۲/۷۷	۲۳/۶۴	۲۲/۶۵	۱/۰۶
نقاط محوری	۹	−۱/۶۸۲	۰	۰	۱۰/۱۵	۱۰/۳۳	۷/۴۸	۹/۳۲	۱/۶۰
	۱۰	۱/۶۸۲	۰	۰	۲۳/۱۸	۲۳/۵۷	۲۰/۹۲	۲۲/۵۶	۱/۴۳
	۱۱	۰	−۱/۶۸۲	۰	۱۹/۲۶	۱۶/۶۲	۱۹/۴۱	۱۸/۴۳	۱/۵۷
	۱۲	۰	۱/۶۸۲	۰	۲۳/۲۵	۲۵/۱۹	۲۵/۳۸	۲۴/۶۱	۱/۱۸
	۱۳	۰	۰	−۱/۶۸۲	۱۹/۲۲	۱۶/۹۵	۱۹/۶۷	۱۸/۶۲	۱/۴۶
	۱۴	۰	۰	۱/۶۸۲	۲۱/۶۷	۲۱/۶۰	۱۹/۴۳	۲۰/۹	۱/۲۷
نقاط مرکزی	۱۵	۰	۰	۰	۲۰/۰۰	۲۲/۱۸	۱۹/۶۱	۲۰/۶	۱/۳۹
	۱۶	۰	۰	۰	۲۱/۷۹	۱۹/۸۸	۱۹/۴۳	۲۰/۳۷	۱/۲۵
	۱۷	۰	۰	۰	۲۰/۹۴	۲۲/۲۸	۱۹/۶۰	۲۰/۹۴	۱/۳۴
	۱۸	۰	۰	۰	۲۰/۰۶	۲۰/۰۳	۲۲/۴۳	۲۰/۸۴	۱/۳۸
	۱۹	۰	۰	۰	۲۰/۰۷	۲۲/۳۰	۱۹/۷۲	۲۰/۷	۱/۴۰
	۲۰	۰	۰	۰	۱۹/۳۶	۲۱/۱۹	۲۱/۸۳	۲۰/۷۹	۱/۲۸

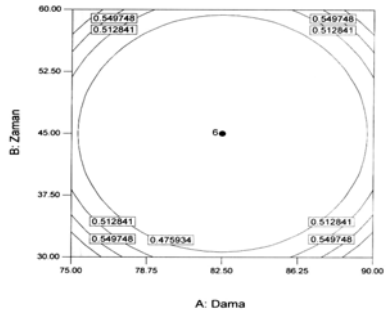
در جدول فوق x_1 , x_2 و x_3 به ترتیب متغیرهای دمای رنگرزی، زمان رنگرزی و غلظت لیپوزوم می‌باشند که به دلیل استفاده از طرح CCD با مقادیر ۱ و ۱- کد گذاری شده‌اند. همچنین برای هر آزمایش طرح ۳ تکرار در نظر گرفته شده که مقادیر متغیر پاسخ در هر تکرار در زیر ستون y_i آورده شده است.

نمودار تابع واریانس و نمودار تراز این طرح برای داده‌های فرایند رنگرزی به صورت زیر خواهد بود.



شکل ۱. نمودار تابع واریانس طرح CCD برای فرایند رنگرزی

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]



شکل ۲. نمودار تراز طرح CCD برای فرایند رنگرزی

۳ بهینه‌سازی فرایند رنگرزی با استفاده از روش پارامتری

در این روش ابتدا یک مدل پارامتری مشخص برای مدل‌سازی رویه‌ی میانگین پاسخ به داده‌ها برازش داده شده و سپس با استفاده از آن بهینه‌سازی صورت می‌گیرد. در این‌جا با توجه به طرح انتخاب شده برای تولید داده‌ها و با توجه به دو سطحی بودن متغیرهای ورودی از یک مدل درجه دوم به صورت زیر، برای برازش داده‌های جدول ۲ استفاده می‌شود:

$$y = \beta_o + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j=2}^{k}\sum^{k} \beta_{ij}\, x_i x_j + \varepsilon$$

که درآن مولفه‌ی ε، خطای تصادفی ناشی از تاثیر متغیرهای غیر قابل کنترل ورودی بر روی متغیر پاسخ و یا عوامل اغتشاش‌گر را نشان داده که معمولا فرض می‌شود دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت یک می‌باشد. همچنین در مدل فوق β_iها پارامترهای مدل بوده که با استفاده از روش حداقل توان‌های دوم خطا برآورد می‌شود. جدول تحلیل واریانس مربوط به اثرهای اصلی، درجه دوم و اثرهای متقابل مدل برازش داده در جدول زیرآورده شده است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول۳. تحلیل واریانس داده‌های فرایند رنگرزی

منبع	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	مقدار F	$Prob>F$
مدل	۴۵۲/۶۰	۹	۵۰/۲۹	۴۱/۸۷	<۰/۰۰۰۱
A	۳۱۴/۱۲	۱	۳۱۴/۱۲	۲۶۱/۵۲	<۰/۰۰۰۱
B	۴۶/۴۴	۱	۴۶/۴۴	۳۸/۶۶	<۰/۰۰۰۱
C	۲/۱۵	۱	۲/۱۵	۱/۷۹	۰/۲۱۳
A^2	۵۱/۹۷	۱	۵۱/۹۷	۴۳/۲۷	<۰/۰۰۰۱
B^2	۰/۰۷۸	۱	۰/۰۷۸	۰/۰۶۵	۰/۸۳
C^2	۴/۳۴	۱	۴/۳۴	۳/۶۱	۰/۰۲۸
AB	۲۹/۴۵	۱	۲۹/۴۵	۲۴/۵۲	۰/۰۰۰۶
AC	۴/۹۱	۱	۴/۹۱	۴/۰۹	۰/۰۷
BC	۰/۳۹	۱	۰/۳۹	۰/۳۳	۰/۵۶
باقی‌مانده	۱۲/۰۱	۱۰	۱/۲۰		
عدم برازش	۱۱/۸۱	۵	۲/۳۶	۵۷/۹۰	۰/۰۰۰۲
خطای خالص	۰/۲۰	۵	۰/۰۴۱		
کل	۴۶۴/۶۱	۱۹			

همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود با تعیین $\alpha = ۰/۱$ بعضی اثرهای اصلی، متقابل و توان دوم معنی‌دار نیستند. با استفاده از روش انتخاب گام به گام مدل زیر برای میانگین پاسخ حاصل می‌شود:

$$\bar{y} = K/S = ۲۰/۸ + ۴/۸x_۱ + ۱/۸۴x_۲ + ۰/۴x_۳ - ۱/۹۱x_۱^۲ - ۰/۵۶x_۳^۲ - ۱/۹۲x_۱x_۲ - ۰/۷۸x_۱x_۳ \quad (۱)$$

همچنین جدول زیر نشان می‌دهد برازش مدل مرتبه دوم به داده‌های جدول۲ نسبت به مدل‌های دیگر مناسب‌تر است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ٤. آماره‌های خلاصه مدل‌ها

منبع	انحراف معیار	R^2	R^2_{adj}	R^2_{pre}	$PRESS$
خطی	۲/۵۲	۰/۷۸۰۷	۰/۷۳۹۵	۰/۶۱۹۱	۱۷۶/۹۵
متقابل	۲/۲۷	۰/۸۵۵۵	۰/۷۸۸۸	۰/۵۶۹۲	۲۰۰/۱۵
درجه دوم	۱/۱۰	۰/۹۷۴۱	۰/۹۵۰۹	۰/۸۰۴۵	۹۰/۸۲
درجه سوم	۰/۷۶	۰/۹۹۲۵	۰/۹۷۶۳	−۰/۵۵۵۶	۷۲۲/۷۳

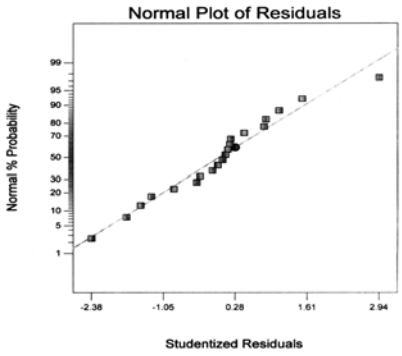
برای بررسی صحت مدل و روش تحلیل واریانس به کار برده شده در تحلیل داده‌ها، لازم است پذیره‌های زیر بنایی که شامل:

۱. نرمال بودن باقیمانده‌ها

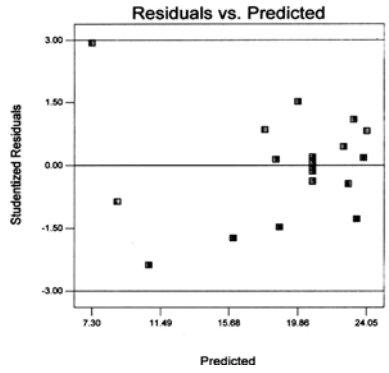
۲. ثابت بودن واریانس باقیمانده‌ها

۳. مستقل بودن باقیمانده‌ها

می‌باشند، بررسی شوند. با توجه به شکل‌های ۳، ۴ و ۵، نرمال بودن، ثابت بودن واریانس و مستقل بودن باقی مانده‌ها محرز می‌شود و صحت مدل تأیید می‌گردد.

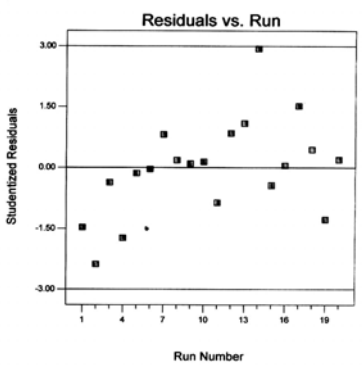


شکل ۳. نمودار نرمال



شکل ٤. نمودار باقی مانده‌ها در برابر مقدارهای پیش‌بینی

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]



شکل۵. نمودار باقی مانده‌ها

هم‌چنین برای بررسی نقاط موثر و نقاط پرت در مدل از آماره‌های مختلفی مانند:

۱. باقی‌مانده استیودنت

۲. فاصله کوک

۳. پرتی

استفاده می‌شود. آماره فاصله کوک و باقیمانده استیودنت برای بررسی نقاطی هستند که تأثیر زیادی بر روی مدل دارند به طوری که با حذف آن‌ها از مدل امکان دارد مدل رگرسیونی تغییر کند و مقدارهای بزرگ این آماره‌ها در هر نقطه نشان دهنده تأثیر زیاد آن نقطه در مدل می‌باشد. در جدول ۵ تمامی این مقدارها کوچک بوده از این رو نقطه موثری در مدل وجود ندارد. هم‌چنین آماره *Outlier* برای تشخیص نقاط پرت موجود در مدل می‌باشد که اگر $|Outlier|>۳/۵$ باشد، آن‌گاه آن نقطه به عنوان نقطه پرت باید بررسی شود که طبق جدول نقطه پرتی نیز در مدل موجود نمی‌باشد.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول۵. بررسی نقاط پرت و بانفوذ

شماره	مقدار واقعی	بینی‌مقدار پیش	باقی مانده	باقی‌مانده استیودنت	فاصله کوک	*Outlier*
۱	۸/۳۱	۸/۸۵	−۰/۵۴	−۰/۸۵۳	۰/۱۴۸	−۰/۸۴۰
۲	۲۳/۹۶	۲۳/۸۴	۰/۱۲	۰/۱۸۴	۰/۰۰۷	۰/۱۷۵
۳	۱۴/۸۴	۱۵/۹۳	−۱/۰۹	−۱/۷۳۱	۰/۶۰۸	−۱/۹۶۳
۴	۲۳/۹۴	۲۳/۲۵	۰/۶۹	۱/۰۹۲	۰/۲۴۲	۱/۱۰۴
۵	۹/۲۷	۱۰/۷۷	−۱/۵۰	−۲/۳۷۶	۱/۱۴۵	−۳/۴۱۷
۶	۲۲/۹۱	۲۲/۶۳	۰/۲۸	۰/۴۴۷	۰/۰۴۱	۰/۴۲۸
۷	۱۷/۸۱	۱۸/۷۳	−۰/۹۲	−۱/۴۶۸	۰/۴۳۷	−۱/۵۷۳
۸	۲۲/۶۵	۲۲/۹۲	−۰/۲۷	−۰/۴۳۱	۰/۰۳۸	−۰/۴۱۳
۹	۹/۳۲	۷/۳۰	۲/۰۲	۲/۹۳۸	۱/۳۳۵	۳/۲
۱۰	۲۲/۵۶	۲۳/۴۳	−۰/۸۷	−۱/۲۷۲	۰/۲۵۰	−۱/۳۱۸
۱۱	۱۸/۴۳	۱۷/۸۵	۰/۵۸	۰/۸۴۹	۰/۱۱۲	۰/۸۳۶
۱۲	۲۴/۶۱	۲۴/۰۵	۰/۵۶	۰/۸۱۶	۰/۱۰۳	۰/۸۰۲
۱۳	۱۸/۶۲	۱۸/۵۲	۰/۱۰۰	۰/۱۴۵	۰/۰۰۳	۰/۱۳۸
۱۴	۲۰/۹۰	۱۹/۸۶	۱/۵۴	۱/۵۲۰	۰/۳۵۷	۱/۶۴۴
۱۵	۲۰/۶۰	۲۰/۷۴	−۰/۱۴	−۰/۱۳۹	۰/۰۰۰	−۰/۱۳۲
۱۶	۲۰/۷۳	۲۰/۷۴	−۰/۳۷	−۰/۳۶۹	۰/۰۰۳	−۰/۳۵۳
۱۷	۲۰/۹۴	۲۰/۷۴	۰/۲۰	۰/۲۰۰	۰/۰۰۱	۰/۱۹۱
۱۸	۲۰/۸۴	۲۰/۷۴	۰/۱۰	۰/۱۰۱	۰/۰۰۰	۰/۰۹۵
۱۹	۲۰/۷۰	۲۰/۷۴	−۰/۰۳۹	−۰/۰۳۹	۰/۰۰۰	−۰/۰۳۷
۲۰	۲۰/۷۹	۲۰/۷۴	۰/۰۵۱	۰/۰۵۱	۰/۰۰۰	۰/۰۴۸

بعد از مشخص شدن مناسب بودن مدل برازش داده شده و صحت پذیره‌های زیر بنایی، مدل(۱) را به عنوان رویه پاسخ میانگین در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که بر طبق مطالعات انجام شده، میزان رمق‌کشی همواره کم‌تر از ۳۰ است بنابر این هدف از بهینه‌سازی در این‌جا نزدیک کردن میزان رمق‌کشی به مقدار ۳۰ و کاهش پراکندگی

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

پاسخ با استفاده از معیار MSD است که برای این منظور از الگوریتم ژنتیک (هاپت و سو، [۷]) استفاده می‌کنیم. حاصل این کار یافتن نقطه‌ی بهینه زیر است:

نقطه بهینه:
- غلظت لیپوزوم = ۱/۸
- زمان = ۳۷
- دما = ۹۱

که در این نقطه میزان K/S برابر با ۲۳/۸۲ و مقدار واریانس پیش‌بین ۱/۲۱ است. در نتیجه مقدار MSD برابر ۳۸/۶۶ به دست می‌آید.

٤ بهینه‌سازی با استفاده از روش ناپارامتری

از آن‌جایی که اساس برآوردیابی در روش پارامتری بر مبنای فرض خطی بودن پارامترهای مدل استوار است، در نتیجه در مواقعی که این فرض صحیح نباشد یعنی در صورتی که پارامترهای مدل فرم غیر خطی دارند و روش‌های تشخیصی نتواند این موضوع را نشان دهند، برآوردهای به دست آمده بسیار اریب بوده و در نتیجه رویه پاسخ برازش داده شده نمی‌تواند تابع دقیقی برحسب متغیرهای ورودی و خروجی سامانه باشد. در چنین مواقعی که از خطی بودن پارامترهای مدل مطمئن نستیم، یا اطمینان کافی نداریم، روش بهینه‌سازی ناپارامتری پیش‌نهاد می‌شود. در این روش تابع‌های میانگین و واریانس (به ترتیب h و g^*) نامعلوم فرض شده، اما شکل هموار آن‌ها به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\overline{y}_i = h(X_i') + g^{1/2}(X_i^{*\prime})\ \varepsilon_i$$

$$\ln(s_i^{\,2}) = g^*(X_i^{*\prime}) + \eta_i$$

که در آن X_i' و $X_i^{*\prime}$ به ترتیب بردارهایی از میانگین و واریانس متغیرهای رگرسیونی بوده و η_i مولفه‌ی خطای مدل را نشان می‌دهد که فرض می‌شود دارای میانگین صفر و واریانس ثابت در تمام نقاط طرح است. تاکنون روش‌های ناپارامتری مختلفی برای برازش و برآوردیابی میانگین و واریانس در چنین مدل‌هایی ارایه شده که از جمله مهمترین آن‌ها می‌توان به روش رگرسیون کرنل [۸] و روش رگرسیون چند متغیره موضعی [۹]) اشاره کرد. در این ارتباط لازم به ذکر است هر چند روش رگرسیون چند متغیره‌ی موضعی یا همان روش LPR توانایی برازش مدل‌های با مرتبه یک و بالاتر را دارد، با این وجود فان(۱۹۹۲) [۱۰] نشان داد که برای انجام بهینه‌سازی از طریق مدل مرتبه اول که به رگرسیون خطی موضعی (LLR) مشهور است، نیاز به برازش مدل‌های بالاتر نمی‌باشد. از این رو، در این‌جا از همین روش برای برازش رویه‌های پاسخ میانگین و واریانس استفاده

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

می‌کنیم. روش LLR در واقع همان روش حداقل توان دوم موزون است که وزن‌های متغیرهای پیش‌گو به وسیله‌ی تابع کرنل(تابع هسته) تعیین می‌شود. به طور مثال، برای رگرسیون چندگانه‌ای که در نقطه $X_0' = (x_{01}, x_{02}, ..., x_{0k})$ پیش‌گویی مورد نظر است، تابع کرنل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K(X_0, \tilde{X}_i) = \frac{1}{b^k} \prod_{j=1}^{k} K(\frac{x_{0j} - \tilde{x}_{ij}}{b})$$

که در آن $\tilde{X}_i = (\tilde{x}_{i1}, \tilde{x}_{i2}, ..., \tilde{x}_{ik})$، $K(\frac{x_{0j} - \tilde{x}_{ij}}{b})$ تابع کرنل یک متغیره و b پهنای باند یا همان پارامتر هموارساز است. در این روش می‌توان از تابع کرنل‌های مختلف استفاده کرد ولی از آن‌جایی که این تابع در عملکرد برآوردگر تاثیری ندارد [۱۱] ، در این‌جا برای راحتی از تابع کرنل گوسی $K(z) = e^{-z^2}$ استفاده می‌کنیم.

انتخاب پهنای باند بسیار مهم و حیاتی است چرا که همواری تابع برآورد شده به وسیله پهنای باند کنترل می‌شود. می‌توان نشان داد وقتی b بزرگ است برآوردهای به‌دست آمده بسیار هموار می‌باشند و مقدار واریانس برآوردها کاهش می‌یابد اما اریبی افزایش می‌یابد و برعکس با کاهش b، واریانس برآوردها افزایش و اریبی کاهش می‌یابد. برای رسیدن به حالت بهینه باید b به گونه‌ای انتخاب شود که توازن بین واریانس و اریبی برقرار باشد.

مایز و بیرچ [۱۲] روش‌های مختلف انتخاب پهنای باند را بررسی و از آن میان روش $PRESS^{**}$ را پیشنهاد دادند. در این روش b طوری تعیین می‌شود که مقدار $PRESS^{**}$ که به صورت زیر تعریف می‌شود، مینیمم گردد.

$$PRESS^{**} = \frac{PRESS}{d - trace(H^{(LLR)}) + (d - (k+1)) \frac{SSE_{\max} - SSE_b}{SSE_{\max}}}$$

که در آن $SSE_{\max}$ بزرگترین مجموع توان دوم خطا تحت تمام مقدارهای ممکن از پهنای باند، SSE_b مجموع توان دوم خطا برای یک مقدار مشخص از پنهای باند، d تعداد نقاط طرح، k تعداد متغیرهای رگرسیونی و $PRESS$ مجموع توان دوم خطای پیش‌گویی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$PRESS = \Sigma e^2(i) = \Sigma (y_i - \hat{y}_i^{(i)})^2$$

که در آن $\hat{y}_i^{(i)}$ پاسخ برآورد شده در نقطه‌ی X_i وقتی مشاهده i ام از مدل کنار گذاشته می‌شود، را نشان می‌دهد.

بر اساس یافته‌های لین و کارول [۱۳] برآورد LLR برای واریانس در نقطه X_0^* به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

$$\hat{V}ar(y_0) = \hat{\sigma}_0^2 = \exp[X_0^{*\prime}(X^{*\prime}Q_0^*X^*)^{-1}X^{*\prime}Q_0^*y^*] = \exp[h_0^{(LLR)}y^*] \quad (۲)$$

که در آن Q_0^* ماتریس قطری شامل وزن‌های تابع کرنل در نقطه X_0^* است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q^*_0 = diag(q^*_{01}, q^*_{02}, ..., q^*_{0d})$$
$$q^*_{0i} = \frac{K(X_0^*, X_i^*)}{\sum_{i=1}^{d} K(X_0^*, X_i^*)}$$

آن‌ها همچنین برای برآورد میانگین در نقطه X_0 از الگوریتم موزون رگرسیون خطی موضعی استفاده کردند که دارای گام‌های زیر است:

گام اول. ابتدا با استفاده از رابطه(۲)، $\hat{\sigma}_i^2$ را محاسبه شده و از آن برای محاسبه‌ی ماتریس $\hat{V}^{-1}$ استفاده می‌شود:

$$\hat{V}^{-1} = diag(\frac{1}{\hat{\sigma}_1^2}, \frac{1}{\hat{\sigma}_2^2}, ..., \frac{1}{\hat{\sigma}_d^2})$$

گام دوم. مقدار W_0 به‌عنوان وزن‌های متغیرهای جدید رگرسیونی در نقطه X_0، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_0 = Q_0 \hat{V}^{-1} Q_0$$

که در آن Q_0 به صورت زیر تعریف می‌شود:

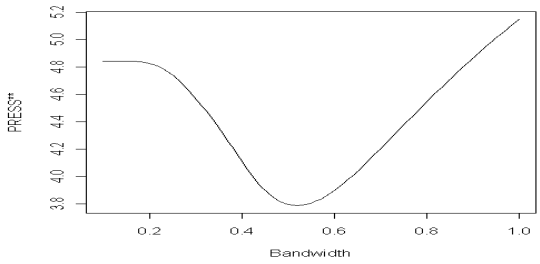
$$Q_0 = diag(\sqrt{q_{01}}, \sqrt{q_{02}}, ..., \sqrt{q_{0d}})$$
$$q_{0i} = \frac{K(X_0, \tilde{X}_j)}{\sum_{j=1}^{d} K(X_0, \tilde{X}_j)}$$

گام سوم. از W_0 استفاده کرده و برآورد EWLLR برای میانگین در نقطه X_0 به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{E}(y_0)^{(EWLLR)} = X_0'(X'W_0X)^{-1}X'W_0\overline{y}$$

با توجه به مطالب گفته شده برای انجام بهینه‌سازی با این روش ابتدا لازم است پهنای باند که از طریق کمینه کردن $PRESS^{**}$ به‌دست می‌آید، مشخص شود. برای این منظور از نرم‌افزار R استفاده کرده و مقدار پنهای باند را برای مدل واریانس و میانگین به ترتیب ۰/۳۱ و ۰/۴۵ به دست می‌آوریم. در شکل زیر نمودار پهنای باند برای مدل میانگین در مقابل $PRESS^{**}$ رسم شده است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]



شکل ٦. نمودار پهنای باند در برابر $PRESS^{**}$

حال برآورد لگاریتم واریانس را با استفاده از روش LLR محاسبه کرده و از آن ماتریس $\hat{V}^{-1}$ را به‌دست می‌آوریم. این اطلاعات در جدول زیر آورده شده است.

جدول ٦. براورد واریانس در روش ناپارامتری

مشاهده	t_i	$\hat{\sigma}_i^2$	$\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2}$	مشاهده	t_i	$\hat{\sigma}_i^2$	$\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2}$
۱	۱/۰۵	۳/۰۱	۰/۳۳	۱۱	۰/۶۴	۲/۳	۰/۴۲
۲	۰/۹۵	۱/۶۵	۰/۶	۱۲	۰/۴۹	۱/۴	۰/۷۱
۳	۰/۷۷	۲/۱	۰/۴۸	۱۳	۰/۷۳	۲/۱۱	۰/۴۷
۴	۰/۵۷	۱/۴۸	۰/۶۷	۱۴	۰/۴	۱/۶	۰/۶۲
۵	۰/۹۵	۱/۵۷	۰/۶۳	۱۵	۰/۵۸	۱/۷۹	۰/۵۶
۶	۰/۷۳	۱/۶۸	۰/۶	۱۶	۰/۶	۱/۷۹	۰/۵۶
۷	۰/۵۵	۲/۳۷	۰/۴۲	۱۷	۰/۵۹	۱/۷۹	۰/۵۶
۸	۰/۴۵	۱/۱۳	۰/۸۸	۱۸	۰/۵۸	۱/۷۹	۰/۵۶
۹	۰/۹۳	۲/۵۳	۰/۳۹	۱۹	۰/۵۷	۱/۷۹	۰/۵۶
۱۰	۰/۲۱	۱/۹۲	۰/۵۲	۲۰	۰/۶	۱/۷۹	۰/۵۶

با استفاده از اطلاعات جدول فوق و با بهره‌گیری از الگوریتم EWLS گفته شده، می‌توان ضمن مشخص کردن برآورد میانگین پاسخ، حالت بهینه سامانه را با استفاده از روش‌های جستجوی تصادفی مشخص نمود. در این‌جا این عمل را همانند قبل با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می‌دهیم که در این صورت داریم:

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

نقطه بهینه : غلظت لیپوزوم = ۱، زمان = ۳۰، دما = ۹۵

در این نقطه مقدار متغیر پاسخ برابر ۲۶/۵۶ و مقدار واریانس پیش‌بین برابر ۰/۷۶ است که در این صورت مقدار MSD برابر ۱۸/۹ به دست می‌آید.

۵ نتیجه‌گیری

برای مقایسه‌ی دو روش پارامتری و ناپارامتری، نتایج به دست آمده در این دو روش را با استفاده از معیار MSD مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. همان طور که جدول۷ نشان می‌دهد، مقدار MSD در روش پارامتری تقریبا دو برابر روش ناپارامتری است که این امر نشان از برتری روش ناپارامتری نسبت به روش پارامتری در بهینه‌سازی فرایند رنگرزی است.

جدول ۷. مقایسه‌ی عملکرد روش‌های رویه‌ی پاسخ و ناپارامتری

	x_1	x_2	x_3	$\hat{E}[y_i]$= K/S	$\hat{\text{var}}[y_i]$	MSD
روش پارامتری	۹۱	۳۷	۱/۸	۲۳/۸۲	۱/۲۱	۳۸/۶۶
روش ناپارامتری	۹۵	۳۰	۱	۲۶/۵۶	۰/۷۶	۱۸/۹

منابع

[1] Taguchi, G., (1985), System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost, UNIPUB/Kraus International, and White Plains, NY.

[2] Vinning, G. G., Myers, R. H. (1990), Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach. Journal of Quality Technology, 38-45.

[3] Vinning, G. G., Bohn, L. L., (1998). Response surfaces for the mean and variance using a nonparametric approach, Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach, Journal of Quality Technology, 38-45.

[4] Gasser, T., Mueller, H.G., (1984). Estimating regression functions and their derivatives by the kernel method. Scandinavian Journal of Statistics, 11, 171-185.

[5] Anderson - Cook, C. M., Prewitt, K., (2005). Some Guideline for Using Nonparametric Methods for Modeling Data from Response Surface Design. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 4, 106-119.

[6] Box, G., Draper B., (1987). Empirical Model Building and Response Surface. Wiley, New York.

[7] Haupt, Randy L., Sue Ellen., (2004). Practical Genetic Algorithms, Second Edition, John Wiley and sons.

[8] Nadaraya, E., (1964). Some new estimates for distribution function, Theory of Probability and its Applications. (Translation of Teorija erojatnostei iee Primenenija), 9, 497-500.

[9] Fan, J., Gijbels, I., (1996). Local polynomial modeling and its applications. Chapman & Hall.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[10] Fan, J.,(1992). Design-adaptiveNonparametric Regression. Journal of the American Statistical Association, 87, 998-1004.
[11] Simonoff, J. S., (1996). Smoothing Methods in Statistics, Springer, and New York.
[12] Mays, J. E., Birch J. B., (1998). Smoothing Considerations in nonparametric and Semi-parametric Regression. Virginia Tech, Department of Statistics, Technical Report, No. 98-2, 24 pages.
[13] Lin, X., Carroll, R. J., (2000). Nonparametric function estimation for clustered data when the predictor is measured without/with error, Journal of the American Statistical Association, 95, 520-534.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]