مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره سوم (پیاپی ۷۸)،پاییز ۰۲، ص ص ۶۰-۳۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای مساله زمانبندی چندپروژه‌ای با محدودیت منابع، برنامه‌ریزی سفارش‌دهی و برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی در زنجیره تامین پروژه محور

علی پرچمی افرا[1]، امیرسامان خیرخواه[2]*

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

۲- دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

رسید مقاله: ۱۰ دی ۱۴۰۱

پذیرش مقاله: ۷ خرداد ۱۴۰۲

چکیده

زمانبندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع یکی از مسایل شناخته‌شده در زمینه مدیریت پروژه است. یکپارچه در نظر گرفتن زمانبندی پروژه، برنامه سفارش‌دهی و برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی در زنجیره تامین پروژه محور، باعث هماهنگی عملیات اجرای پروژه و تامین منابع مصرفی می‌شود. به دلیل موازنه بین اجزا هزینه‌ای، این هماهنگی باعث می‌شود هزینه کل حداقل شود. در این مقاله، برای مساله زمانبندی چند پروژه‌ای با منابع محدود، برنامه‌ریزی سفارش‌دهی و برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه شده است. این مدل علاوه بر زمانبندی فعالیت‌های پروژه‌ها، برنامه سفارش‌دهی و برنامه تولید منابع مصرفی را تعیین می‌کند به نحوی که جریمه برای دیرکرد و پاداش زودکرد تکمیل پروژه، هزینه‌های موجودی و تولید منابع مصرفی را بهینه کند. برای تعیین کران بالا و پایین مدل پیشنهادی یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ توسعه داده شده است. برای ارزیابی عملکرد روش حل پیشنهادی یک مجموعه مثال‌های نمونه حل شده است و نتایج عددی آن آورده شده است که عملکرد مطلوب روش حل پیشنهادی را از نظر کیفیت جواب و زمان محاسباتی نشان می‌دهد. یافته‌های این مقاله بینش‌های مدیریتی در مورد اثرگذاری رویکرد یکپارچه بر روی هزینه اعضا زنجیره تامین و چگونگی زمانبندی فعالیت‌ها فراهم می‌کند.

کلمات کلیدی: زمان‌بندی چند پروژه‌ای با منابع محدود، سفارش‌دهی منابع مصرفی، برنامه‌ریزی تولید، زنجیره تامین پروژه محور، الگوریتم آزادسازی لاگرانژ.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: kheirkhah@basu.ac.ir

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

۱ مقدمه

یک پروژه متشکل از یک مجموعه فعالیت است که برای انجام شدن به منابع نیاز دارند و در طی یک مدت زمان پردازش، انجام می‌شوند [۱]. در پروژه‌های پیچیده و بزرگ، منابع تجدیدپذیر (مانند نیروی انسانی و تجهیزات) و تجدیدناپذیر (از این پس منابع مصرفی خوانده می‌شود مانند مواد) متنوع و متعدد نیاز است که باید از تامین‌کنندگان مختلف تهیه شوند [۲]. برای تکمیل موفق پروژه و حداقل نمودن هزینه و زمان، باید زمانبندی فعالیت‌ها و برنامه‌ریزی منابع به درستی تعیین شود. در این خصوص لازم است تصمیمات مربوط به مدیریت پروژه از یک طرف و مدیریت زنجیره تامین برای ساخت و تدارک منابع مصرفی از طرف دیگر به درستی اتخاذ شوند [۳].

مطالعات گسترده‌ای در زمینه مدیریت زنجیره تامین در صنایع تولیدی انجام شده است. برای مثال، طهماسبی و دستوره [۴] و پاپی و همکاران [۵] مسایل مربوط به طراحی زنجیره تامین را مطالعه نمودند و مدل ریاضی برای فرموله کردن مساله ارایه دادند. در دهه‌های اخیر محققین سعی کردند از مفاهیم مدیریت زنجیره تامین در مدیریت پروژه نیز استفاده کنند. برای یکپارچه کردن اصول مدیریت زنجیره تامین با مدیریت پروژه، مدیریت زنجیره تامین پروژه محور[1](PDSC) در چندین پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است [۶-۹]. شیشودیا[2] و همکاران [۸] اذعان می‌کنند PDSC برای یکپارچه کردن فعالیت‌ها در محل پروژه (یعنی زمانبندی فعالیت‌های پروژه، برنامه‌ریزی منابع تجدیدپذیر، مدیریت موجودی منابع مصرفی) و فعالیت‌های زنجیره تامین در خارج از محل (یعنی تولید، لجستیک و موجودی در زنجیره تامین) یک ابزار تصمیم‌گیری مفید را فراهم می‌کند. زیرا تصمیمات مدیریت پروژه با مدیریت زنجیره تامین اساسا به یکدیگر وابسته هستند. به این معنی که از یک طرف تقاضای منابع مصرفی در هر دوره بر اساس زمانبندی پروژه‌ها و نیازمندی‌های فعالیت‌ها تعیین می‌شود و از طرف دیگر اجرای پروژه‌ها به عملکرد زنجیره تامین منابع مصرفی وابسته است. در نتیجه برای دستیابی به حداقل هزینه در سراسر PDSC باید تصمیمات به صورت یکپارچه و هماهنگ با یکدیگر گرفته شود. زو[3] و همکاران [۷] بیان می‌کند زنجیره تامین پروژه محور از سه حوزه مدیریت پروژه، مدیریت زنجیره تامین و وجه تماس این دو تشکیل شده است. در خصوص مسایل مدیریت پروژه و مدیریت زنجیره تامین، به طور مجزا پژوهش‌های وسیعی انجام شده است. بر خلاف اینکه محققین بسیار توجه زیادی به مدل‌های ریاضی از دیدگاه تحقیق در عملیات برای حل این مسایل کرده‌اند اما مطالعات اندکی وجود دارد که این مسایل را به صورت یکپارچه مورد توجه قرار داده باشند.

در خصوص مدیریت پروژه، زمانبندی پروژه با محدودیت منابع[4] (RCPSP) یک مساله مهم است. این مساله با توجه به محدودیت‌های منابع و روابط پیشنیازی بین فعالیت‌ها، به عنوان تعیین زمان شروع فعالیت‌ها، تعریف می‌شود به طوری که یک تابع هدف مانند زمان تکمیل پروژه، تاخیر از موعد مقرر تحویل، هزینه کل، ارزش

1. Project driven supply chain
2 . Shishodia
3 . Xu
4 . Resource constrained project scheduling problem

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

فعلی خالص، استواری و سایر اهداف عملکردی اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی بهینه شود [۱۰]. بسیاری از مطالعات موجود در ادبیات، برای حالتی از مساله زمانبندی مدل ریاضی توسعه داده‌اند که فقط یک پروژه وجود دارد، در صورتی که بسیاری از سازمان‌های پروژه محور مانند شرکت‌های ساختمانی باید چندین پروژه که از لحاظ جغرافیایی در مکان‌های مختلف قرار دارند را به صورت همزمان اجرا کنند [۱۱]. در این حالت مساله زمانبندی چند پروژه باید مورد توجه قرار گیرد که در مقایسه با حالت یک پروژه‌ای به روش‌های متفاوتی نیاز دارد.

علاوه بر برنامه‌ریزی منابع تجدیدپذیر، مدیریت موجودی منابع مصرفی در محل پروژه نیز بسیار حیاتی است. همان‌طور که [۵] بیان کرده است بخش قابل توجهی از هزینه‌های پروژه‌ها به خصوص پروژه‌های بزرگ و پیچیده صرف تامین منابع مصرفی از طریق شبکه تامین می‌شود. طبق گفته خوشجهان و همکاران [۱۲] ۵۰-۶۰٪ هزینه کل پروژه به هزینه این منابع مرتبط است و ۸۰ ٪ زمانبندی پروژه از مدیریت ضعیف تدارک منابع تأثیر می‌پذیرد. به همین دلیل چندین مطالعه در ادبیات، مساله زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی منابع مصرفی را مدلسازی کرده‌اند. مساله سفارش‌دهی منابع مصرفی زمان و اندازه سفارش را تعیین می‌کند و جز مسایل اندازه انباشته محسوب می‌شود [۱۳]. در روش‌های برنامه‌ریزی سابق، زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی منابع مصرفی را به صورت مجزا حل می‌کردند. در این حالت، ابتدا زمانبندی فعالیت‌ها مشخص می‌شد، سپس بر اساس این زمانبندی تصمیمات سفارش‌دهی و تدارک منابع مصرفی اتخاذ می‌شد. در این روش تعاملات بین هزینه‌های اجرای فعالیت‌ها، سفارش‌دهی، نگهداری منابع مصرفی، نادیده گرفته می‌شود در حالی که امروزه با هدف کاهش هزینه کل، تصمیمات زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی منابع مصرفی به صورت همزمان در نظر گرفته می‌شود [۱]. مقالات [۳]، [۱۱] و [۲۷] مساله یکپارچه زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی منابع مصرفی را با ویژگی‌ها و فرضیات مختلف مطالعه و مدلسازی کرده‌اند و الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسایل به‌کار برده‌اند.

علی رغم اینکه این مطالعات مدل‌های ریاضی مختلفی برای این مساله توسعه داده‌اند اما ملاحظات مربوط به تولید مواد در محیط تولیدی را در نظر نگرفته‌اند. در صورتی که در دنیای واقعی تصمیمات تامین‌کننده درخصوص تولید مواد عملکرد اجرای پروژه و کل زنجیره تامین را تحت تاثیر قرار می‌دهد. چندین مطالعه در ادبیات وجود دارد که بر روی مدیریت موجودی منابع مصرفی در زنجیره تامین پروژه محور تمرکز کرده‌اند اما مساله زمانبندی پروژه، سفارش‌دهی و برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی را در حالت یکپارچه مورد بررسی قرار نداده‌اند. برای مثال، چن و همکاران [۱۴] تصمیمات یکپارچه انتخاب تامین‌کننده، مدیریت موجودی و سفارش‌دهی منابع مصرفی در زنجیره تامین پروژه را مطالعه کردند. عبدزاده و همکاران [۱۵] به طور همزمان زمانبندی چند پروژه‌ای، انتخاب تامین‌کننده و مسیریابی حمل و نقل منابع مصرفی را مورد بررسی قرار دادند. رحمان و همکاران [۱۶] بر روی مساله زمانبندی با منابع محدود سبز و انتخاب تامین‌کننده برای تولید محصولات سفارشی در محیط تولیدی تمرکز کردند.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

در خصوص حل این مساله یکپارچه، بلزویسز[1] و همکاران [۱۷] نشان داده است که RCPSP جزء دسته NP-Hard محسوب می‌شود. در نتیجه مساله یکپارچه مورد بررسی در این تحقیق به عنوان یک توسعه از RCPSP نیز NP-Hard است. به همین دلیل، اکثر مقالاتی که مساله یکپارچه زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی مواد را مدلسازی و حل کرده‌اند، از انواع الگوریتم‌های ابتکاری، فرا ابتکاری و فرا ابتکاری ترکیبی استفاده کرده‌اند و روش‌های دقیق و الگوریتم‌های ابتکاری شناخته شده مانند تجزیه بندرز[2] (BD) و آزادسازی لاگرانژ[3] (LR) را به کار نبرده‌اند. این در حالی است که این الگوریتم‌های ابتکاری در حل مسایل پیچیده بهینه‌سازی موفق بوده‌اند. در این زمینه می‌توان به مقاله صفری و همکاران [۱۸] اشاره کرد که یک الگوریتم لاگرانژ را برای مساله کوتاه‌ترین مسیر با درنظرگرفتن طرح‌های عمرانی همراه با محدودیت بودجه به کار بردند.

در این مقاله، مساله زمانبندی چند پروژه‌ای با منابع محدود، برنامه‌ریزی سفارش‌دهی و برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی بر اساس رویکرد ساخت بر حسب سفارش[4] (MTO) در یک زنجیره تامین پروژه محور در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این، محدودیت ظرفیت تولید تامین‌کننده و هزینه تاخیر برای دیرکرد و پاداش برای زودکرد تکمیل هر پروژه در مساله لحاظ می‌شود. برای فرمولبندی این مساله یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه می‌شود. با توجه به کاربرد الگوریتم LR در حل مسایل پیچیده، برای حل مدل پیشنهادی این الگوریتم به کار می‌رود. با توجه به مطالب فوق، نوآوری‌های این مقاله عبارتند از:

۱) یک توسعه از مساله مدیریت زنجیره‌تامین پروژه محور ارایه می‌شود که در آن مساله یکپارچه زمانبندی چند پروژه‌ای با محدودیت منابع، برنامه‌ریزی سفارش‌دهی مواد و برنامه‌ریزی تولید تامین‌کنندگان در نظر گرفته می‌شود.

۲) مساله مورد مطالعه با یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فرمولبندی می‌شود.

۳) یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ برای حل مساله ارایه می‌شود.

۴) برای شدنی نمودن جواب به‌دست آمده از LR، یک الگوریتم ابتکاری شدنی‌ساز توسعه داده می‌شود.

بخش‌های باقی مانده این مقاله به این صورت ساختاربندی می‌شود که در بخش ۲ مطالعات سابق بررسی می‌شود و بدین طریق شکاف تحقیقاتی مشخص می‌شود. در بخش ۳ فرمول‌بندی مساله ارایه می‌گردد. در این رابطه، ابتدا تعریف مساله و سایر مفروضات بیان می‌شود، سپس نمادگذاری مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم تعریف و روابط مدل ریاضی و توضیحات آنها بیان می‌شود. در نهایت یک مثال عددی برای درک بهتر جنبه‌های مختلف مساله بیان می‌شود. در بخش ۴ الگوریتم لاگرانژ به عنوان روش حل پیشنهادی توضیح داده می‌شود. در ادامه این بخش نحوه بهنگام‌سازی ضرایب لاگرانژ و الگوریتم ابتکاری شدنی‌ساز معرفی می‌شود. در بخش ۵ برای اعتبارسنجی روش حل، یک مجموعه مثال‌های نمونه حل می‌شوند و نتایج عددی و بینش‌های

1 . Blazewicz
2 . Benders decomposition
3. Lagrangian ralaxation
4. Make to order

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

مدیریتی حاصل از این مقاله آورده می‌شود. در نهایت در بخش ۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای تحقیقات آتی مطرح می‌شود.

۲ مرور ادبیات

آکیولانو و اسمیت[1] [۱۹] اولین مطالعه در زمینه ادغام زمانبندی پروژه با سفارش‌دهی منابع مصرفی را انجام دادند. آنها یک مدل ترکیبی از روش مسیر بحرانی و برنامه‌ریزی تدارک منابع مصرفی و یک مجموعه الگوریتم رسمی برای حل مدل پیشنهادی ارایه دادند. در دهه‌های بعدی محققین متعددی مساله یکپارچه سفارش‌دهی منابع مصرفی و مسایل شناخته‌شده زمانبندی پروژه مانند RCPSP ([۱]، [۳] و [۲۰])، مساله هموارسازی منابع[2] (RLP) ([۲۱] و [۲۲])، موازنه زمان و هزینه ([۲۳] و [۲۴])، مساله سرمایه‌گذاری منابع[3] (RIP) ([۲۵]، [۲۶]، [۲۷] و [۲۸]) و زمانبندی چند حالته[4] (MPSP) ([۲۹]) را مطالعه کردند. در ادامه این بخش ابتدا مدل ریاضی و روش حل مقالاتی که RCPSP و سفارش‌دهی منابع مصرفی را مطالعه کرده‌اند، بررسی می‌شود؛ سپس مقالات در رابطه با مسایل PDSC مورد بررسی قرار می‌گیرد.

اسادوجمن[5] و همکاران [۱] برای مساله زمانبندی پروژه با منابع محدود و سفارش‌دهی مواد و تنزیل جریان نقدی یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه دادند. در این مقاله، امکان تامین منابع مصرفی از چندین تامین‌کننده، زمان آماده‌سازی، محدودیت ظرفیت تامین‌کننده، محدودیت فضای انبار، موجودی انبار، موجودی در راه، در مساله در نظر گرفته شده است. تابع هدف مدل حداکثر نمودن سودآوری پروژه است. آنها الگوریتم فرا ابتکاری ترکیبی ژنتیک[6] (GA) و ایمنی[7] را برای حل مدل به کار گرفتند. اخباری [۲۹] مساله زمانبندی پروژه پروژه با محدودیت منابع چند حالته[8] (MRCPSP) و زمانبندی سفارش‌دهی منابع مصرفی با سیاست تخفیف کلی کلی و جریمه و پاداش تاخیر و زودکرد را در نظر گرفتند. به منظور حل مدل از چهار الگوریتم فرا ابتکاری ترکیبی استفاده کردند؛ بدین صورت که چهار الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی کویتو[9]، بهینه‌سازی گرگ خاکستری[10]، بهینه‌سازی ازدحام ذرات[11] (PSO) و GA برای یافتن زمانبندی پروژه و GA برای یافتن برنامه سفارش‌دهی در این مقاله به کار گرفته شده است. ژنگ و سوی[12] [۳۰] در مساله مورد مطالعه محدودیت فضای ذخیره منابع در پروژه‌های ساخت و ساز را لحاظ کردند. در این مساله مصرف مواد متناسب با اجرای فعالیت‌های

1. Aquilano and Smith
2. Resource leveling problem
3. Resource investment problem
4. Multi-mode project scheduling problem
5. Asadujjaman
6. Genetic algorithm
7. Immune
8. Multi-mode resource constrained project scheduling problem
9. Coyote Optimization Algorithm
10. Grey Wolf Optimizer
11. particle swarm optimization
12. Zhang and Cui

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

مربوطه به صورت تدریجی انجام می‌شود. از این رو، مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط دو هدفه ارایه دادند و از الگوریتم مرتب‌سازی نامغلوب ژنتیک دو[1] (NSGA II) برای حل مدل استفاده کردند.

در زمینه محیط چند پروژه‌ای، رستمی و همکاران [۱۱] مساله زمانبندی غیرمتمرکز چند پروژه‌ای با منابع محدود و سیاست سفارش دسته‌ای را مطالعه کردند. در این مساله یک نوع منبع تجدیدپذیر و یک نوع منبع تجدیدناپذیر وجود دارد. مساله با یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط دو هدفه فرموله و با چهار الگوریتم فرا ابتکاری چندهدفه حل شده است. در مدل ارایه شده توسط مرادی و شادرخ [۳۱] چندین انبار برای ذخیره مواد وجود دارد و حمل و نقل مواد از انبارها به محل فعالیت‌ها در نظر گرفته شده است و این مدل با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری انجماد تدریجی[2] (SA) حل شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد مدلسازی و روش حل این مساله یکپارچه خوانندگان به مقاله افرا و همکاران [۳۲] مراجعه کنند.

در مقالاتی که در بالا بررسی شده‌اند ملاحظات تولیدی در زنجیره تامین در نظر گرفته نشده است. در صورتی که در دنیای واقعی تصمیمات تامین‌کننده درخصوص تولید منابع، عملکرد اجرای پروژه و کل زنجیره تامین را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

در زمینه یکپارچگی مسایل مدیریت پروژه و مدیریت زنجیره تامین، در ادبیات تعدادی مطالعه وجود دارد که به مدیریت زنجیره تامین پروژه محور پرداخته‌اند؛ اما به طور عمده روی مدیریت موجودی منابع مصرفی تمرکز کرده‌اند. برای مثال، کولیسچ[3] [۳۳] مساله یکپارچه تولید بر حسب سفارش و مونتاژ قطعات از پیش ساخته را به صورت یک زنجیره تامین پروژه محور در نظر گرفته است. در این مساله یک مجموعه سفارشات مخصوص مشتری وجود دارد که باید در محیط چند پروژه‌ای مونتاژ شوند. با توجه به ظرفیت پراکنده، هدف مساله تعیین چگونگی مونتاژ سفارشات، برنامه‌ریزی تولید قطعات از پیش ساخته شده است به نحوی که هزینه نگهداری و راه‌اندازی در سراسر زنجیره تامین حداقل شود. روش حل مورد استفاده در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری ساده است. زو و همکاران [۷] یک رویکرد یکپارچه برای بهینه‌سازی هم‌زمان مقدار موجودی اطمینان سراسر زنجیره تامین و تصمیمات فشرده‌سازی پروژه‌های همزمان توسعه دادند. آنها برای حل مدل از برنامه‌ریزی پویا استفاده کردند. در مدل آنها فرضیات ساده‌سازی وجود دارد بدین صورت که یک زمانبندی استاندارد برای همه پروژه‌ها وجود دارد و در هر پروژه فعالیت‌ها به صورت متوالی انجام می‌شود و هر فعالیت تنها به یک مواد نیاز دارد که توسط یک زنجیره تامین مستقل فراهم می‌شود.

گلپیرا [۳۴] یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای مساله طراحی زنجیره تامین ساختمان با چند تامین کننده، چند منبع و چند پروژه و مکان‌یابی انبار موقتی ارایه داده است. در این مدل زمانبندی پروژه در نظر گرفته نشده است و مقدار سفارش مواد از قبل تعیین شده است و تنها زمان سفارش متغیر تصمیم است. رضاحسینی و همکاران [۳۵] یک مدل برنامه‌ریزی خطی دو هدفه برای مساله یکپارچه زمانبندی چند پروژه‌ای، انتخاب تامین کننده، انتخاب وسایل حمل و نقل متناسب با هر منبع با احتساب فرضیات محیط زیستی و زمانبندی

1. Non-dominated sorting genetic algorithm II
2. Simulated annealing
3. Kolisch

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

بازرسی نهایی ارایه دادند. آنها برای حل مدل از روش e-محدودیت استفاده کردند. قابل ذکر است در این مدل سفارش‌دهی مواد و برنامه‌ریزی تولید تامین کنندگان در نظر گرفته نشده است. [۹] مساله برای بستن قرارداد بین مدیر پروژه و تامین کنندگان در یک زنجیره تامین پروژه محور در حالتی که اطلاعات نامتقارن است را مطالعه کردند. نویسندگان در یک چارچوب غیرمتمرکز بر اساس رویکرد مبتنی بر عامل و یک الگوریتم تکاملی مساله را حل نمودند.

بر اساس مقالات بررسی‌شده می‌توان نتیجه گرفت تاکنون برای مساله مدیریت زنجیره تامین پروژه محور برای تعیین زمانبندی پروژه با محدودیت منابع، سفاردهی منابع مصرفی و برنامه‌ریزی تولید تامین کنندگان به صورت هم‌زمان مدل ریاضی ارایه نشده است. بنابراین در این تحقیق، این مساله مورد توجه قرار می‌گیرد و یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای فرموله کردن این مساله ارایه می‌شود.

همان‌طور که گفته شد، اکثر مقالات از الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری استفاده کرده‌اند. تنها مقاله ننگ چیو و ماو تسای[1] [۳۶] برای حل مساله زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی روش شاخه و کران اصلاح شده به‌کار برده است. یکی از روش‌های مفید برای حل مسایل پیچیده که در سال ۱۹۷۰ ارایه شد الگوریتم آزادسازی لاگرانژ (LR) است. در این روش محدودیت‌های پیچیده (یعنی محدودیت‌هایی که باعث می‌شود پیچیدگی مساله افزایش یابد و حذف آنها مساله را ماهیتا ساده می‌نماید) از مساله اصلی آزادشده (حذف می‌شود) و مقدار نقض محدودیت‌های آزادشده در ضرایب لاگرانژ ضرب و به عنوان جریمه به تابع هدف اضافه می‌شود. در مسایل حداقل‌سازی (حداکثرسازی) مقدار بهینه مساله آزاد شده کران پایین (کران بالا) برای مساله اصلی می‌باشد. این روش یکی از الگوریتم‌های ریاضی توسعه‌یافته بر اساس تئوری لاگرانژ به شمار می‌رود. در مقاله گئوفریون[2] [۳۷] اصول و مفاهیم الگوریتم LR با جزییات بررسی شده است. این روش حل برای مسایل زمانبندی پروژه نیز به کار رفته است، برای مثال موهورینگ[3] و همکاران [۳۸] برای مساله RCPSP یک الگوریتم مبتنی بر LR به کار بردند. چلشترتی[4] و همکاران [۳۹] یک الگوریتم ترکیبی آزادسازی لاگرانژ و ژنتیک، برای زمانبندی پروژه با وجود محدودیت منابع هم بر روی منابع تجدیدپذیر و هم تجدیدناپذیر ارایه دادند. رستمی و باقرپور [۴۰] به منظور تولید کران پایین برای مساله مکانیابی انبار منابع و زمانبندی چندپروژه‌ای غیرمتمرکز با محدودیت منابع از LR استفاده کرد.

در این مقاله برای حل مدل پیشنهادی این الگوریتم به کار می‌رود. زیرا در مساله مورد مطالعه، بر اساس مقالات [۳۸] و [۳۹] محدودیت دسترسی به منابع تجدیدپذیر و بر اساس مقاله شن و کی[5] [۴۱] محدودیت‌های تعادل موجودی باعث پیچیدگی مدل می‌شود. با آزادسازی این محدودیت‌ها در چارچوب الگوریتم آزادسازی لاگرانژ می‌توان تلاش‌های محاسباتی برای دستیابی به جواب‌های خوب در مدت زمان معقول را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش داد.

1 . Neng Chiu and Maw Tsai
2. Geoffrion
3. Mohring
4. Chaleshtarti
5. Shen and Qi

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

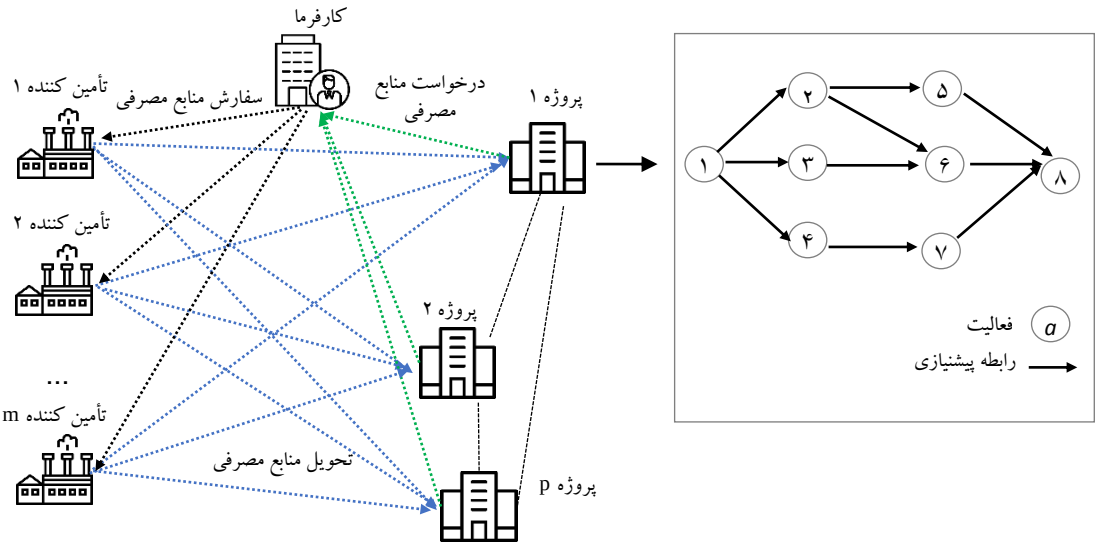
۳ فرمول‌بندی مساله

۳-۱ تعریف مساله

در این بخش مساله زمانبندی چندپروژه‌ای با محدودیت منابع، سفارش‌دهی مواد و برنامه‌ریزی تولید در یک زنجیره تامین پروژه محور تشریح می‌شود. این مساله شامل یک مجموعه پروژه می‌شود که می‌توانند به صورت همزمان اجرا شوند. قابل توجه است که برنامه‌ریزی این پروژه‌ها به صورت یکپارچه توسط کارفرما انجام می‌شود. هر پروژه از یک مجموعه فعالیت تشکیل شده است که فعالیت اول و آخر موهومی است و منابع و دوره پردازش آنها صفر است و آغاز و پایان پروژه را نشان می‌دهد. علاوه بر این، هر پروژه یک تاریخ تعیین‌شده برای تکمیل شدن دارد، که در صورت تاخیر از این تاریخ به ازای هر دوره یک هزینه تاخیر و در صورت زودکرد یک پاداش به آن تعلق می‌گیرد. هر فعالیت در طی مدت زمان پردازش خود انجام می‌شود. مجموعه فعالیت‌های یک پروژه با یکدیگر روابط پیشنیازی شروع به پایان با وقفه زمانی صفر دارند. برای انجام فعالیت‌ها، یک مجموعه منابع تجدیدپذیر و یک مجموعه منابع مصرفی، مورد نیاز است. سطح دسترسی به منابع تجدیدپذیر مشخص است. به ازای هر نوع منبع مصرفی یک تامین‌کننده منحصربفرد وجود دارد که وظیفه تولید این منبع را بر عهده دارد. به ازای هر منبع مصرفی صدور سفارش به این صورت است که تقاضای همه پروژه‌ها ادغام می‌شود و یک سفارش کلی با یک هزینه ثابت به تامین‌کننده صادر می‌شود. هر تامین‌کننده برای تولید سفارشات هزینه ثابت راه‌اندازی، هزینه واحد تولید، و هزینه نگهداری دارد و از زمانی که سفارش صادر شود تا زمانی که محصولات آماده شوند زمان آماده‌سازی سپری می‌شود. هر تامین‌کننده با توجه به هزینه‌ها، میزان سفارشات کارفرما، مدت زمان آماده‌سازی و ظرفیت خود، برنامه‌ریزی تولید می‌کند. این منابع بعد از آماده شدن یا می‌توانند در انبار تامین کننده نگهداری شوند یا به پروژه‌ها تحویل داده شوند. منابع مصرفی بعد از تحویل به هر پروژه می‌تواند یا برای اجرای فعالیت‌ها به کار رود یا در انبار محل پروژه با یک هزینه نگهداری ذخیره گردد. هدف این مساله تعیین زمانبندی انجام فعالیت‌ها، برنامه سفارشات منابع مصرفی و برنامه‌ریزی تولید هر تامین‌کننده است به گونه‌ای که محدودیت‌ها برآورده شود و هزینه کل حداقل شود. شکل ۱ ساختاری از اعضا زنجیره تامین پروژه محور مورد بررسی متشکل از مدیر پروژه‌ها، کارفرما و تامین کنندگان را نمایش می‌دهد.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]



شکل ۱ . نمایش ساختاری از اعضا تشکیل‌دهنده مساله

سایر مفروضات مساله به صورت موارد زیر بیان می‌شود.

- کاهش هزینه تولید تامین‌کنندگان با کاهش هزینه خرید منابع مصرفی کارفرما رابطه مستقیم دارد، بنابراین برنامه‌ریزی پروژه و تولید یکپارچه انجام می‌شود.
- تمام پارامترهای مساله قطعی است.
- منابع تجدیدپذیر بین پروژه‌ها به اشتراک گذاشته نمی‌شود.
- محدودیت ظرفیت تولید برای تامین‌کنندگان در نظر گرفته می‌شود.
- هنگامی که یک فعالیت آغاز شود باید تا تکمیل شدن ادامه می‌یابد و امکان شکست آن وجود ندارد.
- تأخیر در تحویل منابع مصرفی به پروژه‌ها، توسط تامین کننده مجاز نیست.
- زمان و هزینه حمل و نقل منابع مصرفی از انبار تامین کننده به محل پروژه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود.
- هر یک از منابع تجدیدپذیر به طور همزمان نمی‌تواند برای اجرای بیش از یک فعالیت به‌کار رود.
- هر تامین کننده به ازای هر منبع مصرفی منحصربفرد است و علاوه بر این، برای مشتری دیگری محصول تولید نمی‌کند.

۳-۲ نمادگذاری

مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مورد استفاده در مدل پیشنهادی به صورت زیر است.

مجموعه‌ها:

P مجموعه پروژه‌ها که توسط اندیس p نشان داده می‌شود. $p = ۱,۲,\ldots,|P|$

A_p مجموعه فعالیت‌های پروژه p که توسط اندیس a نشان داده می‌شود. $a = ۱,۲,\ldots,|A_p|$

M مجموعه منابع مصرفی/تامین‌کنندگان که توسط اندیس m نشان داده می‌شود. $m = ۱,۲,\ldots,|M|$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

L مجموعه منابع تجدیدپذیر که توسط اندیس l نشان داده می‌شود. $l = ۱,۲,\ldots,|L|$

T مجموعه دوره‌های زمانی که توسط اندیس t نشان داده می‌شود. $t = ۱,۲,\ldots,|T|$

E_p مجموعه روابط پیشنیازی بین فعالیت‌های پروژه p

پارامترها:

Du_{pa} زمان اجرای فعالیت a در پروژه p

DD_p زمان تعهد داده شده برای تکمیل پروژه p

es_{pa} زودترین زمان شروع فعالیت a در پروژه p

ls_{pa} دیرترین زمان شروع فعالیت a در پروژه p

nr_{pam} مقدار مورد نیاز منبع مصرفی m برای انجام فعالیت a در پروژه p

rr_{pal} تعداد مورد نیاز منبع تجدیدپذیر l برای فعالیت a در پروژه p در هر دوره

mx_{pl} حداکثر تعداد در دسترس منبع تجدیدپذیر l در پروژه p در هر دوره

c_m ظرفیت تامین کننده m در هر دوره

L_m زمان آماده‌سازی منبع مصرفی m

cf_m هزینه راه‌اندازی تامین کننده m

cp_m هزینه واحد تولید تامین کننده m

h_m هزینه نگهداری یک واحد منبع مصرفی m در انبار تامین کننده

co_m هزینه سفارش‌دهی برای منبع مصرفی m

ch_{pm} هزینه نگهداری هر واحد منبع مصرفی m در محل پروژه p

DP_p جریمه تأخیر برای تکمیل پروژه p از زمان تعهد داده شده

EP_p پاداش زودکرد برای تکمیل پروژه p از زمان تعهد داده شده

B یک مقدار مثبت بسیار بزرگ

متغیرها :

x_{pat} متغیر باینری به طوری که اگر فعالیت a در پروژه p در دوره t آغاز شود، برابر ۱ و در غیر این‌صورت صفر می‌شود.

v_{mt} متغیر باینری به طوری که اگر برای منبع مصرفی m در دوره t سفارش صادر شود، برابر ۱ و در غیر این‌صورت صفر می‌شود.

z_{mt} متغیر باینری به طوری که اگر تامین کننده m در دوره t راه‌اندازی کند، برابر ۱ و در غیر این‌صورت صفر می‌شود.

go_{pmt} میزان منبع مصرفی m که در دوره t به پروژه p تحویل داده می‌شود.

om_{mt} میزان منبع مصرفی m که در دوره t سفارش داده می‌شود.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

pr_{mt} میزان تولید منبع مصرفی m توسط تامین کننده در دوره t.

Ip_{pmt} سطح موجودی منبع m در انبار محل پروژه p در دوره t.

I_{mt} سطح موجودی منبع مصرفی m در انبار تامین کننده در دوره t.

۳-۳ مدل ریاضی

مدل ریاضی پیشنهادی به صورت زیر ارایه می‌شود.

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{\substack{t\in T\\ t\le DD_p}} EP_p.\left(t.x_{p|A_p|t}-DD_p\right)+\sum_{p\in P}\sum_{\substack{t\in T\\ t>DD_p}} DP_p.\left(t.x_{p|A_p|t}-DD_p\right)+\sum_{t\in T}\sum_{m\in M} cf_m.z_{mt}+$$
$$cp_m.pr_{mt}+h_m.I_{mt}+\sum_{t\in T} co_m.v_{mt}+\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}\sum_{m\in M} ch_{pm}.Ip_{pmt} \quad (۱)$$

$$\sum_{t=es_{pa}}^{ls_{pa}} t.x_{pat}+D_{pa}\le\sum_{t=es_{pb}}^{ls_{pb}} t.x_{pbt} \qquad \forall(a,b)\in E_p \ , \ \forall p\in P \quad (۲)$$

$$\sum_{t\in T} x_{pat}=۱ \qquad \forall p\in P \ , \forall a\in A_p \quad (۳)$$

$$\sum_{a\in A_p}\sum_{\tau=max\{۰,t-D_{pa}+۱\}}^{t} x_{pa\tau}.rr_{pal}\le mx_{pl} \qquad \forall p\in P \ , \forall l\in L \ , \forall t\in T \quad (۴)$$

$$Ip_{pmt}=Ip_{pm(t-۱)}-\sum_{a\in A_p} nr_{pam}.x_{pat}+go_{pmt} \qquad \forall p\in P \ , \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۵)$$

$$om_{m(t-L_m)}=\sum_{p\in P} go_{pmt} \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۶)$$

$$om_{m(t-L_m)}\le B.v_{m(t-L_m+۱)} \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۷)$$

$$I_{mt}=I_{m(t-۱)}+pr_{m(t-L_m)}-om_{m(t-L_m)} \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۸)$$

$$pr_{mt}\le c_m \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۹)$$

$$pr_{m(t-L_m)}\le B.z_{m(t-L_m)} \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۱۰)$$

$$x_{pat}\in\{۰,۱\} \qquad \forall p\in P \ , \forall a\in A_p \ , \forall t\in T$$
$$v_{mt} \ , z_{mt}\in\{۰,۱\} \ , \ I_{mt} \ , \ pr_{mt} \ , \ or_{mt}\ge ۰ \qquad \forall m\in M \ , \forall t\in T \quad (۱۱)$$
$$Ip_{pmt} \ , \ go_{pmt}\ge ۰ \qquad \forall p\in P \ , \forall m\in M \ , \forall t\in T$$

رابطه (۱) تابع هدف مدل را بیان می‌کند. این تابع هدف حداقل‌سازی هزینه کل است. هزینه کل شامل هزینه تأخیر یا پاداش زودکرد تکمیل پروژه‌ها از موعد مقرر، هزینه تولید، راه‌اندازی و نگهداری منابع مصرفی تامین کنندگان و هزینه سفارش‌دهی و نگهداری منابع مصرفی در انبار محل پروژه‌ها می‌شود. روابط (۲) محدودیت‌های پیشنیازی بین فعالیت‌های هر پروژه را اعمال می‌کند. روابط (۳) موجب می‌شود که هر فعالیت فقط در یک دوره آغاز شود. روابط (۴) بیان می‌کند که تعداد منابع کاری ثابت تخصیص داده شده به فعالیت‌های در حال اجرای همه پروژه‌ها، در هر دوره کمتر از حداکثر تعداد در دسترس باشد. روابط (۵) نشان دهنده تعادل سطح موجودی

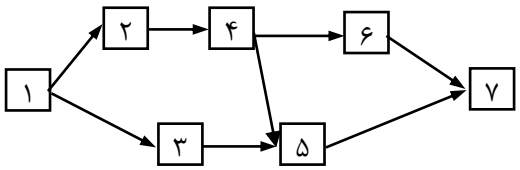
[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

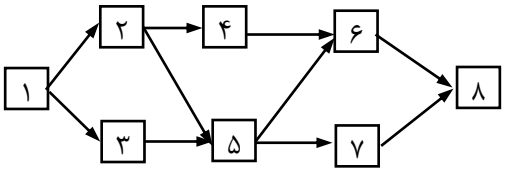
منابع مصرفی در انبار محل پروژه‌ها است. روابط (۶) بیان می‌کند که مقدار منابع مصرفی سفارش داده شده، بعد از آماده شدن بین پروژه‌ها تقسیم می‌شود. روابط (۷) نشان می‌دهد که تنها در صورتی مقدار سفارش منابع مصرفی بزرگتر از صفر است که برای آن منبع سفارش صادر شده باشد. روابط (۸) تعادل سطح موجودی در انبار تامین کننده را بیان می‌کند. روابط (۹) باعث می‌شود که میزان تولید هر تامین کننده در هر دوره کمتر از ظرفیت تولید باشد. روابط (۱۰) تصریح می‌کند که زمانی تولید انجام می‌شود که در آن دوره راه‌اندازی انجام شده باشد. در نهایت روابط (۱۱) حدود تغییرات متغیرهای تصمیم مدل را تعریف می‌کند.

۳-٤ مثال عددی

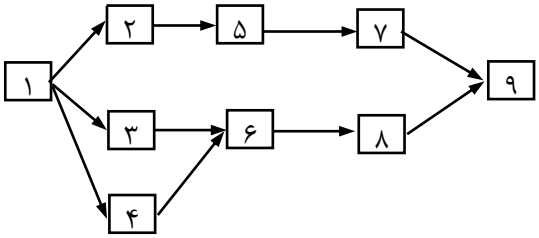
در ادامه برای درک بهتر مساله یک مثال عددی متشکل از ۳ پروژه ارایه می‌شود. مثال عددی مساله مورد مطالعه یکبار با رویکرد یکپارچه و یکبار با رویکرد گسسته حل می‌شود و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در رویکرد گسسته ابتدا مساله زمانبندی پروژه حل می‌شود و بر اساس زمانبندی به‌دست آمده، برنامه سفارش‌دهی تعیین می‌شود و در نهایت با مشخص شدن تقاضای پروژه‌ها برای مواد، برنامه تولید تامین کنندگان به‌دست می‌آید. در رویکرد یکپارچه سه موضوع مورد بحث به طور همزمان برنامه‌ریزی می‌شود. با حل این مثال نشان داده می‌شود که در رویکرد یکپارچه هزینه کل کاهش می‌یابد. شکل ۲ شبکه گره‌ای این ۳ پروژه نشان داده می‌شود. افق برنامه‌ریزی این مساله ۲۵ دوره زمانی است و موعد تحویل این پروژه‌ها به ترتیب ۱۸، ۲۰ و ۲۱ است. در این مثال ۲ منبع تجدیدپذیر و ۳ منبع مصرفی در نظر گرفته می‌شود. زمان پردازش، زودترین و دیرترین زمان شروع و میزان منابع مورد نیاز هر فعالیت پروژه‌ها در جداول ۱ تا ۳ آورده شده است. در خصوص منابع مصرفی، اطلاعات مربوط به مدت زمان آماده‌سازی و هزینه تولید از جمله راه‌اندازی و متغیر تولید و هزینه موجودی از جمله سفارش‌دهی و نگهداری در جدول ۴ نشان داده می‌شود.



شکل ۲ الف. شبکه گره‌ای پروژه ۱



شکل ۲ ب. شبکه گره‌ای پروژه ۲



شکل ۲ ج. شبکه گره‌ای پروژه ۳

شکل ۲. شبکه گره‌ای پروژه‌ها

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

جدول ۱. اطلاعات فعالیت‌ها و منابع مورد نیاز پروژه ۱

فعالیت	D_{pa}	ES_{pa}	LS_{pa}	منابع مصرفی			منابع تجدیدپذیر	
				nr_{1a1}	nr_{1a2}	nr_{1a3}	rr_{1a1}	rr_{1a2}
۱	۰	۱	۱۷	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۲	۱	۱۷	۲۰	۳۰	۲۰	۲	۱۲
۳	۶	۱	۱۷	۶۵	۰	۹۵	۱	۶
۴	۴	۳	۱۹	۵۰	۲۵	۲۵	۱	۳
۵	۲	۷	۲۳	۳۰	۴۰	۴۰	۳	۹
۶	۲	۷	۲۳	۲۵	۲۵	۱۰۵	۴	۱۴
۷	۰	۹	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰

جدول ۲. اطلاعات فعالیت‌ها و منابع مورد نیاز پروژه ۲

فعالیت	D_{pa}	ES_{pa}	LS_{pa}	منابع مصرفی			منابع تجدیدپذیر	
				nr_{1a1}	nr_{1a2}	nr_{1a3}	rr_{1a1}	rr_{1a2}
۱	۰	۱	۱۵	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۲	۱	۱۵	۲۵	۳۵	۱۱۰	۴	۳
۳	۳	۱	۱۵	۳۰	۲۰	۱۱۵	۱	۱۵
۴	۴	۳	۱۷	۷۰	۰	۱۲۰	۳	۷
۵	۱	۴	۱۸	۱۰	۱۵	۶۵	۴	۱۲
۶	۴	۷	۲۱	۰	۱۰	۷۰	۱	۶
۷	۶	۵	۱۹	۸۰	۱۰	۲۵	۲	۱۲
۸	۰	۱۱	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰

جدول ۳. اطلاعات فعالیت‌ها و منابع مورد نیاز پروژه ۳

فعالیت	D_{pa}	ES_{pa}	LS_{pa}	منابع مصرفی			منابع تجدیدپذیر	
				nr_{1a1}	nr_{1a2}	nr_{1a3}	rr_{1a1}	rr_{1a2}
۱	۰	۱	۱۲	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۴	۱	۱۸	۶۰	۳۰	۹۵	۱	۸
۳	۶	۱	۱۲	۸۰	۱۵	۱۲۰	۳	۴
۴	۵	۱	۱۳	۷۰	۵	۶۰	۳	۴
۵	۱	۵	۲۲	۲۰	۲۵	۱۱۵	۲	۶
۶	۴	۷	۱۸	۶۵	۱۰	۱۲۰	۲	۶
۷	۲	۶	۲۳	۲۵	۴۵	۱۱۵	۴	۶
۸	۳	۱۱	۲۲	۲۵	۱۵	۶۰	۱	۱۵
۹	۰	۱۴	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

جدول ٤. اطلاعات مربوط به هزینه‌های موجودی و تولید مواد

منابع مصرفی	cf_m	cp_m	h_m	L_m	Cap_m	co_m	ch_{pm}
۱	۶۰	۸	۴	۳	۱۰۰	۵۰	۶
۲	۷۰	۶	۴	۴	۱۵۰	۷۵	۶
۳	۶۵	۶	۳	۳	۱۰۰	۷۵	۵

این مثال با به‌کارگیری دو رویکرد یکپارچه و گسسته با استفاده از نرم‌افزار گمز[1] با حل‌کننده Cplex حل‌شده است و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. اجزا هزینه در هر دو رویکرد در جدول ۵ نشان داده می‌شود. هزینه موجودی به حاصل جمع هزینه سفارش‌دهی و نگهداری مواد در محل پروژه و هزینه تولید به مجموع هزینه‌های ثابت راه‌اندازی، هزینه متغیر تولید و هزینه نگهداری در انبار تامین‌کننده اشاره دارد. همانطور که مشاهده می‌شود هزینه کل در رویکرد یکپارچه نسبت به رویکرد گسسته کمتر است. قابل توجه است که جریمه برای دیرکرد یا پاداش برای زودکرد تکمیل پروژه‌ها نسبت به موعد مقرر در رویکرد یکپارچه بیشتر است اما هزینه‌های موجودی و تولید کمتر است.

جدول ۵. اجزا هزینه در جواب بهینه مثال عددی بر اساس دو رویکرد یکپارچه و گسسته

	جریمه/پاداش	هزینه موجودی	هزینه تولید	مجموع
رویکرد یکپارچه	۴۲۰	۱۹۴۵	۱۶۵۵۰	۱۸۹۱۵
رویکرد گسسته	۲۹۰	۱۹۸۵	۲۱۱۴۵	۲۱۱۴۵

در ادامه مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم برای رویکرد یکپارچه بیان می‌شود. شکل ۳ زمانبندی پروژه‌ها را در افق برنامه‌ریزی با ۲۵ دوره زمانی نشان می‌دهد. برنامه تولید شامل زمان و مقدار تولید هر منبع مصرفی در جدول ۶ و سطح موجودی این منابع در انبار تامین کنندگان را در هر دوره در جدول ۷ نشان داده می‌شود. جدول ۸ میزان منبع مصرفی که در هر دوره به هر پروژه تحویل داده می‌شود را بیان می‌کند. سطح موجودی منابع مصرفی در هر پروژه در هر دوره در جدول ۹ ارایه می‌شود. جدول ۱۰ میزان سفارش هر منبع مصرفی برای همه پروژه‌ها در هر دوره را نشان می‌دهد.

جدول ٦. برنامه تولید منابع مصرفی توسط تامین کنندگان

دوره / منابع مصرفی	۱	۲	۴	۷	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۶	۱۷
۱		۱۷۵	۱۴۵	۱۸۵			۲۴۵			
۲	۱۶۰				۱۲۵				۷۰	
۳		۲۸۵	۲۳۵	۲۴۰		۱۹۵		۲۷۵		۲۴۵

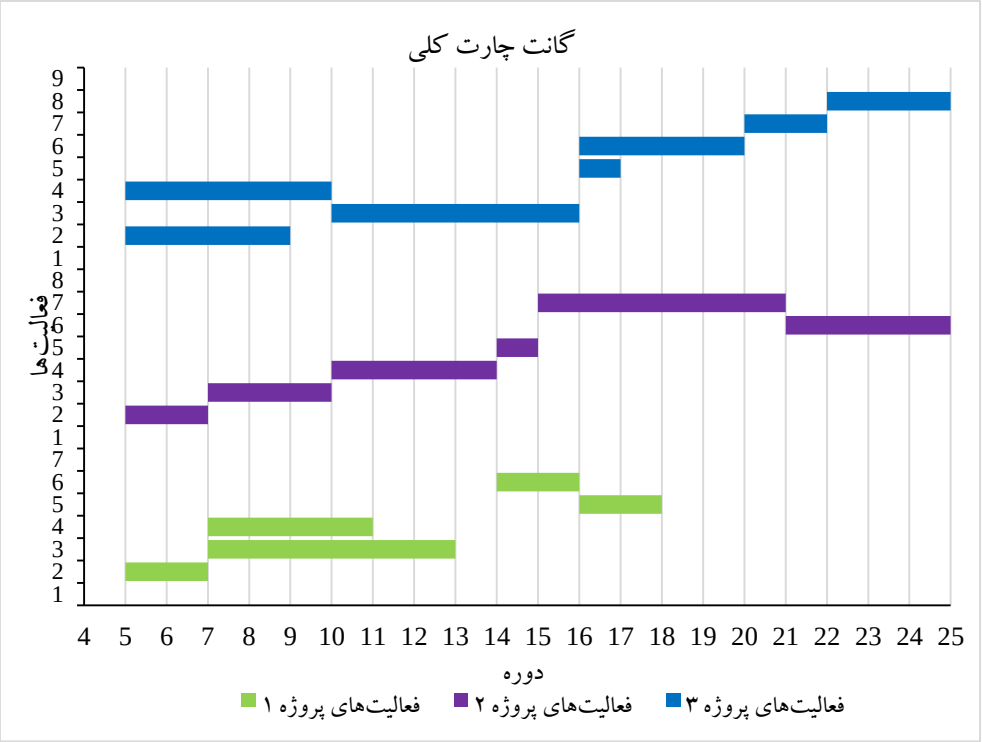
[1]. GAMS

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

جدول ۷. سطح موجودی منابع مصرفی در انبار تامین کنندگان

دوره / منابع مصرفی	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۱	۲۳۵	۲۳۵	۲۳۵	۲۳۵		۱۶۵	۵۰	۵۰	۵۰	۵۰
۲					۷۵	۷۵				
۳										



شکل ۲. زمانبندی پروژه‌ها

جدول ۸. میزان منابع مصرفی که در هر دوره به هر پروژه تحویل داده می‌شود

پروژه	دوره / منابع مصرفی	۵	۷	۱۰	۱۴	۱۵	۱۶	۲۰
۱	۱	۲۰	۱۱۵		۲۵		۳۰	
	۲	۵۵			۲۵		۴۰	
	۳	۲۰	۱۲۰		۱۰۵		۴۰	
۲	۱	۲۵	۳۰	۷۰	۱۰	۸۰		
	۲	۵۵			۲۵			۱۰
	۳	۱۱۰	۱۱۵	۱۲۰	۹۰			۷۰
۳	۱	۱۳۰		۸۰			۸۵	۵۰

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

	۲	۵۰					۳۵	۶۰
	۳	۱۵۵		۱۲۰			۲۳۵	۱۷۵

جدول ۹. سطح موجودی منابع مصرفی در هر پروژه در هر دوره

پروژه	دوره / منابع مصرفی	۵	۶	۷	۸	۹	۱۴	۲۰	۲۱
۱	۱								
	۲	۲۵	۲۵						
	۳								
۲	۱								
	۲	۲۰	۲۰				۱۰	۱۰	
	۳						۲۵	۷۰	
۳	۱							۲۵	۲۵
	۲	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵		۱۵	۱۵
	۳							۶۰	۶۰

جدول ۱۰. میزان سفارش منابع مصرفی در هر دوره

دوره / منابع مصرفی	۱	۲	۴	۷	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۶	۱۷
۱		۱۷۵	۱۴۵	۱۵۰		۳۵	۸۰	۱۱۵		۵۰
۲	۱۶۰				۵۰		۷۵		۷۰	
۳		۲۸۵	۲۳۵	۲۴۰		۱۹۵		۲۷۵		۲۴۵

٤ روش حل

٤-١ الگوریتم آزادسازی لاگرانژ پیشنهادی

انگیزه اصلی برای به‌کارگیری LR در این تحقیق، موفقیت آن در حل مسایل پیچیده بهینه‌سازی ترکیبیاتی است و این‌که این الگوریتم تاکنون برای حل مساله یکپارچه زمانبندی پروژه و تدارک مواد به کار گرفته نشده است.

علاوه بر این، در مساله تحت مطالعه محدودیت‌های پیچیده وجود دارد که با آزادسازی آن‌ها پیچیدگی مساله به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. این ویژگی موجب شده است که بتوان مطابق با قواعد الگوریتم آزادسازی لاگرانژ مساله یکپارچه را به مساله ساده‌تر تبدیل و در زمان محاسباتی معقول حل نمود. بر اساس مطالعات مربوط به LR در زمانبندی پروژه [۳۸] و [۳۹] محدودیت دسترسی به محدودیت منابع تجدیدپذیر موجب پیچیدگی مساله زمانبندی پروژه می‌شود. [۳۹] الگوریتم آزادسازی لاگرانژ در زنجیره‌تامین را مطالعه کرده است و نشان داده است که محدودیت تعادل موجودی محدودیت پیچیده است. در الگوریتم پیشنهادی در این مقاله،

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

محدودیت‌های دسترسی به منابع تجدیدپذیر، محدودیت تعادل موجودی در انبار پروژه‌ها و تعادل موجودی در انبار تامین کنندگان آزاد می‌شود، که در مدل ریاضی روابط (۴) و (۵) و (۸) به این محدودیت‌ها اشاره می‌کند.

α_{plt} و μ_{pmt} و γ_{mt} به ترتیب ضرایب لاگرانژ محدودیت‌های (۴) و (۵) و (۸) را نشان می‌دهد. برای به‌دست آوردن مساله آزاد شده محدودیت‌های ذکرشده از مجموعه محدودیت‌های مساله اصلی حذف می‌شوند و رابطه (۱۲) به تابع هدف اضافه می‌شود.

$$\sum_{p\in P}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T}\alpha_{plt}\cdot\left(\sum_{a\in A_p}\sum_{\tau=max\{1,t-D_{pa}+1\}}^{t}x_{pa\tau}.rr_{pal}-mx_{pl}\right)+$$
$$+$$
$$\sum_{p\in P}\sum_{m\in M}\sum_{t\in T}\mu_{pmt}\cdot\left(Ip_{pmt}-Ip_{pm(t-1)}+\sum_{a\in A_p}nr_{pam}.x_{pat}-go_{pmt}\right)+ \quad (۱۲)$$
$$\sum_{m\in M}\sum_{t\in T}\gamma_{mt}.\left(I_{mt}-I_{m(t-1)}-pr_{m(t-L_m)}+om_{m(t-L_m)}\right)$$

٤-۲ بهنگام‌سازی ضرایب لاگرانژ

یکی از موضوعات مهم در LR، یافتن ضرایب لاگرانژ بهینه است. یکی از روش‌های رایج برای یافتن این ضرایب الگوریتم بهینه‌سازی زیرگرادیان[1] (SO) است. SO یک پروسه تکراری است و در هر تکرار ضرایب لاگرانژ را بر اساس مقدار نقض محدودیت‌های آزاد شده و اندازه گام[2] (SS) بهنگام می‌کند.

برای جلوگیری از رفتار زیگزاگی نوع I [۴۲] در جهت زیرگرادیان از الگوریتم زیرگرادیان اصلاح‌شده[3] (MSO) استفاده می‌شود. MSO توسط آلکابنه[4] و همکاران [۴۳] برای حالتی ارایه شده است که زاویه بین جهت زیرگرادیان دو تکرار متوالی بیش از ۹۰ درجه باشد. در این صورت جهت زیرگرادیان منحرف‌شده d^{it} جایگزین جهت زیرگرادیان g^{it} می‌شود. در روش حل پیشنهادی LR و الگوریتم MSO ترکیب می‌شوند و از این پس الگوریتم LR به آن گفته می‌شود.

در ادامه اجزا MSO توضیح داده می‌شود. جهت زیرگرادیان مربوط به محدودیت‌های آزاد شده (۴) و (۵) و (۸) در تکرار it به ترتیب با $g۱^{it}$ ، $g۲^{it}$ و $g۳^{it}$ نمایش داده می‌شود و عناصر آنها از طریق روابط (۱۳) و (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$g۱^{it}_{plt}=\sum_{a\in A_p}\sum_{\tau=max\{1,t-D_{pa}+1\}}^{t}x_{pa\tau}.rr_{pal}-mx_{pl} \qquad \forall p \ , \forall l \ , \forall t \quad (۱۳)$$

$$g۲^{it}_{pmt}=Ip_{pmt}-Ip_{pm(t-1)}+\sum_{a\in A_p}nr_{pam}.x_{pat}-go_{pmt} \qquad \forall p \ , \forall m \ , \forall t \quad (۱۴)$$

$$g۳^{it}_{mt}=I_{mt}-I_{m(t-1)}-pr_{m(t-L_m)}+om_{m(t-L_m)} \qquad \forall m \ , \forall t \quad (۱۵)$$

1 . Subgradient Optimization
2 . Step Size
3 . Modified Subgradient Optimization
4. Alkaabneh

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

در اجرای LR در هر تکرار ضرایب لاگرانژ بر اساس روابط (۱۳)-(۲۵) محاسبه می‌شود. در این روابط جهت زیرگرادیان منحرف‌شده محدودیت‌های آزادشده به ترتیب با نمادهای $d1^{it}$ ، $d2^{it}$ و $d3^{it}$ نشان داده می‌شود و مقدار اولیه آنها برابر ۱ است. ss^{it} اندازه گام در تکرار it را نشان می‌دهد و ρ^{it} یک پارامتر ورودی است که در بازه $[0,2]$ قرار دارد. علاوه بر این، θ^{it} یک پارامتر ورودی است که اگر کران پایین بعد از یک تعداد تکرار مشخص بهبود پیدا نکند آنگاه نصف می‌شود. معیار توقف الگوریتم حداکثر تعداد تکرار در نظر گرفته شده است.

$$\varepsilon 1^{it} = \begin{cases} -\rho^{it}.\dfrac{g1^{it}.d1^{it-1}}{d1^{it-12}} & if \quad g1^{it}.d1^{it-1} < 0 \\ 0 & other\ wise \end{cases} \tag{۱۶}$$

$$\varepsilon 2^{it} = \begin{cases} -\rho^{it}.\dfrac{g2^{it}.d2^{it-1}}{d2^{it-12}} & if \quad g2^{it}.d2^{it-1} < 0 \\ 0 & other\ wise \end{cases} \tag{۱۷}$$

$$\varepsilon 3^{it} = \begin{cases} -\rho^{it}.\dfrac{g3^{it}.d3^{it-1}}{d3^{it-12}} & if \quad g3^{it}.d3^{it-1} < 0 \\ 0 & other\ wise \end{cases} \tag{۱۸}$$

$$d1^{it} = g1^{it} + \varepsilon 1^{it}.d1^{it-1} \tag{۱۹}$$

$$d2^{it} = g2^{it} + \varepsilon 2^{it}.d2^{it-1} \tag{۲۰}$$

$$d3^{it} = g3^{it} + \varepsilon 3^{it}.d3^{it-1} \tag{۲۱}$$

$$ss^{it} = \theta^{it}.\left(\frac{UB^{*} - LB^{*}}{\sum_{p\in P}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T} g1_{plt}^{it\ 2} + \sum_{p\in P}\sum_{m\in M}\sum_{t\in T} g2_{pmt}^{it\ 2} + \sum_{m\in M}\sum_{t\in T} g3_{mt}^{it\ 2}} \right) \tag{۲۲}$$

$$\alpha_{plt}^{\ \ it} = \alpha_{plt}^{\ \ it-1} + ss^{it}.d1_{plt}^{\ \ it} \tag{۲۳}$$

$$\mu_{pmt}^{\ \ it} = \mu_{pmt}^{\ \ it-1} + ss^{it}.d2_{pmt}^{\ \ it} \tag{۲۴}$$

$$\gamma_{mt}^{\ \ it} = \gamma_{mt}^{\ \ it-1} + ss^{it}.d3_{mt}^{\ \ it} \tag{۲۵}$$

قابل ذکر است الگوریتم LR برای مساله اصلی یک کران پایین[1] (LB) به‌دست می‌آورد که ممکن است محدودیت‌های آزادشده را نقض کند و جواب نشدنی تولید کند. لازم است برای شدنی کردن جواب به‌دست آمده یک الگوریتم شدنی ساز[2] (FH) به‌کار گرفته شود. جواب به‌دست آمده از این روش یک جواب شدنی و یک کران بالا[3] (UB) برای مساله اصلی است. این الگوریتم ابتکاری در زیر بخش بعد تشریح می‌شود. گام‌های روش حل پیشنهادی بر اساس LR به صورت زیر است.

1. Lower bound
2 . Feasiblizer Heuristic
3 . Upper Bound

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

گام صفر : محدودیت‌هایی که باید آزاد شوند $(A.x \geq b)$ را تعیین نمایید؛

گام اول : ضرایب لاگرانژ اولیه را برابر صفر $\left(u^{(\cdot)}\right)$ و $t=۱$ قرار دهید و مقدار اولیه θ را تعیین کنید؛

گام دوم : محدودیت‌های آزادشده را با استفاده از ضرایب لاگرانژ به تابع هدف انتقال دهید؛

گام سوم : یک جواب شدنی برای مساله اصلی به‌دست آورید و مقدار تابع هدف آن را به عنوان کران بالا (UB^*) قرار دهید؛

گام چهارم : مقدار کران پایین اولیه مساله را یک مقدار بسیار کوچک قرار $(LB^* = -\infty)$ دهید؛

گام پنجم : تا وقتی که معیار توقف برآورده شود، مراحل زیر را انجام دهید؛

گام ۵-۱ : مساله آزادشده را حل نموده و مقدار کران پایین جدید (LB) را به‌دست آوردید؛

گام ۵-۲ : اگر $LB > LB^*$ باشد، آنگاه قرار دهید $LB^* \leftarrow LB$ ؛

گام ۵-۳ : جواب به‌دست آمده از LR را با استفاده از الگوریتم FH شدنی کنید و کران بالا جدید (UB) را بدست آورید؛

گام ۵-٤ : اگر $UB < UB^*$ باشد آنگاه قرار دهید $UB^* \leftarrow UB$؛

گام ۵-۵ : ضرایب لاگرانژ را با استفاده از MSO بهنگام کنید؛

گام ۵-٦ : اگر پس از m تکرار متوالی در مقدار بهترین کران بهبودی ایجاد نشد، آنگاه مقدار θ را نصف نمائید و به گام پنجم بروید، در غیر این‌صورت به گام شش بروید؛

گام ششم : کران پایین و کران بالای مساله را گزارش نمایید؛

٤-۳ شدنی کردن جواب

در این بخش، با استفاده از الگوریتم FH، مرحله شدنی کردن جواب ارایه می‌شود. برای پیاده‌سازی الگوریتم FH این نکته مورد توجه قرار می‌گیرد، هر دوره‌ای که محدودیت منابع تجدیدپذیر (۴) نقض شده باشد در حالی که دوره قبل آن محدودیت برآورده شده باشد، شروع برخی فعالیت‌های جدید در آن دوره، باعث نقض محدودیت شده است. بنابراین برای شدنی کردن زمانبندی کافی است شروع برخی فعالیت‌ها در طی یک فرایند تکراری به تعویق انداخته شود. در این الگوریتم sta_t تمام فعالیت‌هایی هستند که در دوره t شروع می‌شوند. مجموعه per_{pa} مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز مستقیم فعالیت a در پروژه p است.

ورودی

۱ جواب به‌دست آمده از LR را بگیرید؛

شدنی کردن محدودیت دسترسی منابع تجدیدپذیر

۲ به ازای هر پروژه و هر منبع تجدیدپذیر مراحل زیر را انجام دهید؛

۳ از دور $t=۱$ ه تا زمان تکمیل تمام پروژه‌ها مراحل زیر را انجام دهید؛

۴ مجموعه sta_t را تشکیل دهید؛

۵ به ازای تمام فعالیت‌های $k \in sta_t$ مراحل زیر را انجام دهید؛

۶ به ازای تمام فعالیت‌های $e \in per_{pk}$ مراحل زیر را انجام دهید؛

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

۷ اگر $t.x_{pet} + D_{pe} \geq t$ باشد آنگاه :

۸ $x_{pk(t+1)} = 1$, $x_{pkt} = 0$ و $g1_{plt} = g1_{plt} - rr_{pkl}$ و به خط ۵ برگردید، در غیر این‌صورت به خط ۶ برگردید؛

۹ اگر $g1_{plt} < 0$ باشد، آنگاه :

$t = t + 1$ و به خط ۳ برگردید، در غیر این‌صورت به خط ۱۰ بروید؛

۱۰ مجموعه جدید sta_t را تشکیل دهید و فعالیت‌های آن را بر اساس مقدار منابع مورد نیاز rr به صورت افزایشی مرتب کنید.

۱۱ به ازای تمام فعالیت‌های $k' \in sta_t$ مراحل زیر را انجام دهید؛

۱۲ اگر $g1_{plt} > 0$ باشد، آنگاه :

۱۳ $x_{pk't(t+1)} = 1$, $x_{pk't} = 0$ و $g1_{plt} = g1_{plt} - rr_{pkl}$ و به خط ۱۱ برگردید، در غیر این‌صورت $t = t + 1$ و به خط ۳ برگردید؛

شدنی کردن محدودیت تعادل موجودی در انبار پروژه‌ها

۱۴ به ازای هر پروژه و منبع مصرفی مراحل زیر را انجام دهید؛

۱۵ از دوره $t = 1$ تا $t = |T|$ مراحل زیر را انجام دهید؛

۱۶ اگر $g2_{pmt} \neq 0$، آنگاه

۱۷ اگر $go_{pmt} = 0$، آنگاه :

۱۸ $Ip_{pm(t-1)} = Ip_{pm(t-1)} + g2_{pmt}$؛

۱۹ در غیر این‌صورت

۲۰ $go_{pmt} = Ip_{pmt} + \sum_{a \in A_p} nr_{pam}.x_{pat}$ و $Ip_{pm(t-1)} = 0$ ؛

شدنی کردن محدودیت تعادل موجودی در انبار تامین کنندگان

۲۱ به ازای هر منبع مصرفی مراحل زیر را انجام دهید؛

۲۲ از دوره $t = L_m + 1$ تا $t = |T|$ مراحل زیر را انجام دهید؛

۲۳ اگر $g3_{mt} > 0$، آنگاه

۲۴ اگر $pr_{m(t-L_m)} = 0$، آنگاه

۲۵ $pr_{m(t-L_m)} = g3_{mt}$ و $z_{m(t-L_m)} = 1$؛

۲۶ اگر $pr_{m(t-L_m)} > c_m$، آنگاه

۲۷ $I_{m(t-1)} = I_{m(t-1)} + pr_{m(t-L_m)} - c_m$؛

۲۸ $pr_{mt} = c_m$؛

۲۹ در غیر این‌صورت

۳۰ $pr_{m(t-L_m)} = pr_{m(t-L_m)} + g3_{mt}$ ؛

۳۱ اگر $pr_{m(t-L_m)} > c_m$، آنگاه

۳۲

$I_{m(t-1)} = I_{m(t-1)} + \left(pr_{m(t-L_m)} - c_m \right)$ و $pr_{m(t-L_m)} = c_m$؛

۳۳ اگر $g3_{mt} < 0$ ، آنگاه:

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

۳۴ $I_{m(t-1)} = I_{m(t-1)} + g3_{mt}$

۳۵ اگر $I_{m(t-1)} < 0$، آنگاه:

۳۶ $pr_{m(t-L_m)} = pr_{m(t-L_m)} + I_{m(t-1)}$ و $I_{m(t-1)} = 0$ ؛

۳۷ اگر $pr_{m(t-L_m)} = 0$، آنگاه:

۳۸ $z_{m(t-L_m)} = 0$ ؛

۳۹ جواب نهایی را گزارش کنید؛

۵ آزمایشات عددی

در این بخش، برای سنجش عملکرد الگوریتم پیشنهادی چندین مساله نمونه به صورت تصادفی تولید و توسط الگوریتم LR پیشنهادی حل شده است. سپس نتایج حاصل از LR با نتایجی که از نرم‌افزار گمز آمده، مقایسه می‌شود. این محاسبات با استفاده از یک رایانه شخصی با مشخصات Windows 10 64-bit با Intel Core i5 1.8GHz CPU و 8 GB RAM انجام شده است.

۵-۱ مسایل نمونه

برای اعتبارسنجی الگوریتم حل پیشنهادی، از ۱۵ مساله نمونه با ابعاد مختلف استفاده شده است. این مسایل بر اساس پارامترهای تاثیرگذار تعداد پروژه، تعداد فعالیت پروژه‌ها، تعداد منابع مصرفی و تعداد منابع تجدیدپذیر تعیین و در جدول ۱۱ خصوصیات این مسایل نشان داده می‌شود. به دلیل آنکه مساله مورد مطالعه در این تحقیق جدید است، مسایل نمونه استاندارد برای مدل ریاضی ارایه شده در پایگاه داده‌های شناخته شده مانند PSPLIB موجود نیست. از این رو، از نرم‌افزار تولید شبکه RenGen2 به منظور تولید ساختار شبکه پروژه به اندازه ۳۰-۶۰ فعالیت با پیچیدگی مختلف استفاده شده است و سایر پارامترها به صورت تصادفی از طریق تابع توزیع یکنواخت تعیین شده است. جدول ۱۲ تابع توزیع مربوط به هر پارامتر را نشان می‌دهد.

جدول ۱۱. معرفی مسایل نمونه

مساله	تعداد پروژه	میانگین تعداد فعالیت	تعداد منابع مصرفی	تعداد منابع تجدیدپذیر	تعداد محدودیت	تعداد متغیر
۱	۵	۳۰	۲	۲	۴۵۵۵	۲۷۵۵۵
۲	۵	۳۰	۳	۲	۶۰۰۵	۲۹۷۳۰
۳	۶	۳۰	۳	۳	۷۴۸۸	۳۸۸۸۶
۴	۶	۳۰	۴	۳	۹۲۴۸	۴۱۶۰۶
۵	۶	۳۰	۴	۴	۹۴۰۸	۴۱۶۰۶
۶	۶	۳۰	۵	۴	۱۲۰۴۴	۵۱۷۷۶
۷	۷	۳۰	۵	۴	۱۳۲۲۰	۵۹۶۹۱
۸	۷	۳۰	۵	۵	۱۳۳۹۲	۶۵۲۴۳
۹	۷	۳۰	۶	۵	۱۶۸۰۰	۶۸۸۱۵
۱۰	۷	۳۰	۶	۶	۱۶۹۸۸	۶۸۸۱۵
۱۱	۶	۶۰	۵	۴	۱۳۷۲۰	۸۹۰۰۶
۱۲	۷	۶۰	۵	۵	۱۵۲۴۰	۱۰۳۰۰۶

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

۱۳	۷	۶۰	۶	۵	۱۷۶۴۰	۱۰۶۸۰۶
۱۴	۸	۶۰	۸	۶	۲۴۵۶۰	۱۲۹۶۰۶
۱۵	۸	۶۰	۸	۷	۲۴۷۶۰	۱۲۹۶۰۶

جدول ۱۲. تابع توزیع احتمال پارامترهای مسایل نمونه

پارامتر	تابع توزیع احتمال
Du_{pa}	$U\sim[۱,۷]$
nr_{pam}	$U\sim[۴۰,۱۲۰]$
rr_{pal}	$U\sim[۱,۱۵]$
c_m	$U\sim[۲۰۰,۴۰۰]$
L_m	$U\sim[۱,۶]$
cf_m	$U\sim[۲۰۰,۳۰۰]$
cp_m	$U\sim[۱,۷]$
h_m	$U\sim[۱,۴]$
co_m	$U\sim[۷۰,۱۰۰]$
ch_{pm}	$U\sim[۱,۶]$
DP_p	$U\sim[۲۰,۵۰]$
EP_p	$U\sim[۲۰,۵۰]$

۵-۲ نتایج عددی

همان‌طور که گفته شد، مسایل نمونه ابتدا با استفاده از نرم افزار گمز و حل‌کننده Cplex حل شده‌اند. سپس الگوریتم آزادسازی لاگرانژ و الگوریتم ابتکاری شدنی‌ساز برای محاسبه کران پایین و کران بالای مساله به‌کار گرفته شده‌اند. برای پیاده‌سازی الگوریتم لاگرانژ پیشنهادی مقدار پارامتر θ که برای محاسبه اندازه گام به کار می‌رود برابر ۰/۵ قرار داده شده است. در این الگوریتم معیار توقف حداکثر تعداد تکرار است که برابر ۵۰ تکرار در نظر گرفته شده است. طبق این نتایج فاصله شدنی بودن[1] (DG)، فاصله بهینگی[2] (OG) و فاصله ابتکاری آزادسازی لاگرانژ[3] (LG) محاسبه شده است. این مقادیر از طریق روابط (۲۶)-(۲۸) محاسبه می‌شوند.

$$DG=\frac{fitness-LB}{LB}*۱۰۰ \quad (۲۶)$$

$$OG=\frac{UB-fitness}{fitness}*۱۰۰ \quad (۲۷)$$

$$LG=\frac{UB-LB}{LB}*۱۰۰ \quad (۲۸)$$

[1] . Duality Gap
[2] . Optimality Gap
[3] . Lagrangian relaxation heuristic gap

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]
[DOI: 10.22034/20.3.33]

در روابط فوق fitness مقدار تابع هدف به‌دست آمده از گمز می‌باشد. نتایج عددی به‌دست آمده در جدول ۱۳ آورده شده است. در این جدول جواب‌های حاصل از گمز، مقادیر کران بالا و پایین به‌دست آمده از الگوریتم پیشنهادی، مدت زمان محاسباتی و فاصله شدنی بودن، بهینگی و ابتکاری آزادسازی لاگرانژ نشان داده می‌شود.

جدول ۱۳. نتایج عددی مسایل نمونه (* مقدار تابع هدف با توجه به محدودیت زمان ۶۰ دقیقه)

مساله	*GAMS*		*LB*	*UB*	زمان محاسباتی	*DG %*	*OG %*	*LG %*
	تابع هدف	زمان محاسباتی	تابع هدف	تابع هدف	(*LB+UB*)			
۱	۲۰۷۳۸	۸:۳۷	۲۰۰۸۵	۲۱۴۹۶	۰۰:۳۴	۳/۲۴	۳/۶۶	۷/۰۳
۲	۲۱۸۲۷	۸:۴۵	۲۱۱۷۲	۲۲۵۴۰	۰۰:۴۸	۳/۰۸	۳/۲۶	۶/۴۵
۳	۲۲۹۸۹	۱۰:۲۴	۲۱۸۹۹	۲۳۵۶۴	۲:۰۵	۴/۹۷	۲/۵	۷/۶
۴	۲۳۶۵۱	۱۰:۳۵	۲۲۹۴۳	۲۴۴۳۲	۲:۰۸	۳/۰۸	۳/۳	۶/۴۸
۵	۲۹۰۳۶	۱۳:۳۵	۲۸۰۰۹	۲۹۹۰۱	۲:۳۱	۳/۶۶	۲/۹۸	۶/۷۵
۶	۲۹۱۶۹	۱۴:۲۲	۲۸۸۴۴	۳۰۵۶۳	۲:۴۱	۱/۱۲	۴/۷۸	۵/۹۵
۷	۳۳۵۱۳	۱۷:۲۰	۳۲۱۴۰	۳۴۹۲۶	۳:۴۶	۴/۲۷	۴/۲۱	۸/۶۶
۸	۴۰۳۱۳	۲۰:۱۳	۳۸۸۲۵	۴۰۸۹۳	۴:۰۸	۳/۸۳	۱/۴۴	۵/۳۲
۹	۴۲۹۳۶	۲۰:۴۲	۴۱۰۰۴	۴۵۰۳۵	۴:۲۳	۴/۷۰	۴/۸۹	۹/۸۲
۱۰	۴۹۳۷۰	۲۱:۴۰	۴۸۳۹۹	۵۲۱۷۰	۴:۳۴	۲/۰۱	۵/۶۷	۷/۷۹
۱۱	۵۳۹۶۳*	۶۰:۰۰	۵۲۰۶۱	۵۶۳۵۴	۷:۲۴	۳/۶۵	۴/۴۳	۸/۲۴
۱۲	۷۷۴۰۰*	۶۰:۰۰	۷۳۹۳۴	۷۹۴۸۲	۷:۳۶	۴/۶۸	۲/۶۹	۷/۵
۱۳	۸۱۵۷۸*	۶۰:۰۰	۷۹۱۹۹	۸۶۱۴۶	۸:۲۱	۳/۰۱	۵/۶	۸/۷۷
۱۴	۱۰۳۶۷۶*	۶۰:۰۰	۱۰۰۳۱۹	۱۰۶۲۰۸	۹:۴۱	۳/۳۴	۲/۴۴	۵/۸۷
۱۵	۱۰۶۸۸۶*	۶۰:۰۰	۱۰۳۲۱۲	۱۰۸۷۰۳	۹:۵۸	۳/۵۵	۱/۷	۵/۳۲

نتایج عددی نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم پیشنهادی از نظر کیفیت جواب و زمان محاسباتی نسبت به عملکرد حل کننده گمز رضایت‌بخش است. بنابراین می‌توان این الگوریتم‌ها را برای مسایل با ابعاد متوسط به کار برد.

الگوریتم LR پیشنهادی با حذف محدودیت‌های پیچیده سرعت حل مساله آزاد شده را به طور قابل توجهی افزایش داده است. با به‌کارگیری الگوریتم FH نیز جواب به‌دست آمده را شدنی می‌کند که این الگوریتم نیز زمان کمی را صرف می‌کند . از این رو، در هر تکرار در زمان کمی الگوریتم به یک کران پایین و بالا می‌رسد و با استفاده از روش زیرگرادیان ضرایب لاگرانژ را بهنگام می‌کند. در نتیجه، در کل فرایند حل الگوریتم به جواب بهینه همگرا می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که این الگوریتم در زمان محاسباتی مناسب برای نمونه مساله با ۸ پروژه و هر پروژه با ۶۰ فعالیت، کران بالا و پایین قابل قبولی را تولید کرده است. مقالاتی که مسایل مشابه را مطالعه کرده‌اند اغلب از الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای حل مساله استفاده کرده‌اند. در بین آنها، الگوریتم GA در مدل‌های یک هدفه و NSGA II در مدل‌های چند هدفه بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. این الگوریتم‌ها قابلیت حل نمونه مسایل با ۱۲۰ فعالیت را نیز دارند. اما این الگوریتم‌ها اطلاعاتی در مورد کران پایین برای جواب

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

بهینه را تولید نمی‌کنند. بنابراین، معیاری برای ارزیابی فاصله با جواب بهینه را فراهم نمی‌کنند. این در حالی است که الگوریتم پیشنهادی با تولید کران پایین و بالا و محاسبه LG معیار مناسبی برای کیفیت جواب در اختیار می‌گذارد.

۵-۳ بینش‌های مدیریتی

شرکت‌های ساختمانی مثالی از سازمان‌هایی است که چندین پروژه را هم‌زمان مدیریت می‌کنند. در صنعت ساخت و ساز، شبکه وسیعی از کسب و کارها در حال تولید محصول و ارایه خدمات هستند. از این رو، با بهره‌گیری از رویکردهای اثربخش تصمیم‌گیری مربوط به مدیریت پروژه و تامین منابع مورد نیاز، می‌توان به کاهش مصرف منابع و افزایش بهره‌وری نایل شد. از این رو محققین با ارایه مجموعه‌ای از ابزارها روش‌ها، تکنیک‌ها، سیاست‌ها و استراتژی‌های مدیریتی سعی دارند از اتلاف منابع جلوگیری کنند. یکی از رویکردهای مدیریتی که توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب کرده است استفاده از قواعد ناب در صنعت ساخت و ساز است. این اصطلاح برای توضیح رویکردی به کار می‌رود که از طریق آن طراحی و اجرای فعالیت‌های پروژه با کمترین اتلاف در مصالح، زمان و انرژی با هدف دستیابی به حداکثر کارایی در هزینه، انجام می‌شود [۴۴]. هماهنگی بین بخش‌های مختلف زنجیره تامین ساخت و ساز می‌تواند به محقق شدن اهداف ساخت و ساز ناب[1] کمک کند. یکپارچه در نظر گرفتن زمانبندی پروژه‌ها با تدارک منابع این هماهنگی را میسر می‌کند. زیرا قابلیت دسترسی به منابع مصرفی را بهبود می‌دهد و این منابع به مقدار مناسب در زمان مناسب برای اجرای فعالیت‌ها در اختیار پروژه‌ها قرار می‌گیرد. علاوه بر این، درخصوص نکات مدیریتی موارد زیر ارایه می‌شود.

- هزینه کل در رویکرد برنامه‌ریزی یکپارچه در مقایسه با رویکرد گسسته کاهش چشمگیری دارد. باید توجه داشت این کاهش هزینه در هزینه‌های موجودی و تولید صورت می‌گیرد و جریمه یا پاداش پروژه‌ها در رویکرد یکپارچه افزایش می‌یابد.
- یکپارچه در نظر گرفتن فعالیت‌ها در محل پروژه (زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی منابع مصرفی) و برنامه‌ریزی تولید زمانی برای پروژه صرفه‌جویی دارد که با کاهش هزینه تولید، قیمت خرید منابع مصرفی نیز کاهش یابد. اگر قیمت خرید ثابت باشد، این یکپارچگی تنها به سود تامین کننده می‌شود و ممکن است مدیر پروژه انگیزه‌ای برای برنامه‌ریزی یکپارچه نداشته باشد.
- اثر هزینه سفارش‌دهی و نگهداری منابع مصرفی در انبار پروژه در زمانبندی فعالیت‌ها به این صورت است که زمان شروع فعالیت‌ها با نیازمندی‌های مشترک تا جای ممکن نزدیک به هم است.

1 . Lean Construction

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

٦ نتیجه‌گیری

یکپارچه در نظر گرفتن زمانبندی پروژه و تدارک منابع در یک زنجیره تامین پروژه محور، باعث بهبود عملکرد در اجرای پروژه می‌شود. هماهنگی بین بخش تولید منابع مصرفی با زمانبندی اجرای پروژه‌ها و تعاملات بین آنها باعث کاهش هزینه‌ها و قابلیت دسترسی بهتر به منابع می‌شود. از طرفی با توجه به اهمیت سفارشی‌سازی محصولات مطابق با نیاز پروژه‌ها و کاهش اتلاف منابع به واسطه مقدار تولید مناسب سیاست تولید بر حسب سفارش می‌تواند به کار گرفته شود. در مطالعات گذشته، تصمیمات مربوط به تامین منابع مصرفی در محیط تولیدی در مساله یکپارچه زمانبندی پروژه و سفارش‌دهی در نظر گرفته نشده است. این در حالی است که برنامه‌ریزی تولید منابع مصرفی بر روی زمانبندی پروژه اثر می‌گذارد. از طرفی در مطالعاتی که بر روی زنجیره تامین پروژه محور تمرکز کرده بودند، به طور مشخص تصمیمات زمانبندی چند پروژه‌ای به همراه مدیریت موجودی در نظر گرفته نشده بود. در این مقاله، برای مساله زمانبندی چند پروژه‌ای با منابع محدود و برنامه‌ریزی سفارش‌دهی و تولید منابع مصرفی بر حسب سیاست تولید بر حسب سفارش یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه شده است. علاوه بر این، هزینه تاخیر برای دیرکرد و پاداش برای زودکرد تکمیل هر پروژه، زمان آماده‌سازی و محدودیت ظرفیت تولید برای تامین کنندگان در مساله لحاظ می‌شود. با توجه به موضوع مورد بررسی در این پژوهش، مدلی که در آن ارایه شده است، شرایطی نزدیک به دنیای واقعی را تعریف می‌کند. برای حل این مدل، الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به کار رفته است و محدودیت منابع تجدیدپذیر و تعادل موجودی منابع مصرفی در انبار پروژه‌ها و تامین کنندگان به عنوان محدودیت آزاد شده در نظر گرفته شده است. برای جلوگیری از رفتار زیگزاگی الگوریتم لاگرانژ از روش زیرگردایان منحرف‌شده برای یافتن ضرایب لاگرانژ استفاده شده است و برای شدنی کردن جواب به‌دست آمده از الگوریتم لاگرانژ یک الگوریتم ابتکاری شدنی‌ساز به کار رفته است. نتایج عددی عملکرد مطلوب روش حل پیشنهادی از نظر کیفیت جواب و زمان محاسباتی را نشان می‌دهد. نکات کاربردی حاصل از مدل ارایه‌شده هم برای محققین و هم مدیران می‌تواند مفید باشد. در نهایت، مواردی که برای موضوع تحقیق آتی پیشنهاد می‌شود عبارتند از: (۱) جواب‌هایی که الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به‌دست می‌آورد یک کران پایین برای مساله اصلی است و این امکان وجود دارد که جواب برخی محدودیت‌های آزاد شده را نقض کند و جواب نشدنی باشد. در این مواقع لازم است یک الگوریتم ابتکاری برای شدنی نمودن جواب به کار گرفته شود. پیشنهاد می‌شود یک الگوریتم شدنی‌ساز جدید جهت به‌دست آوردن یک کران بالای بهتر برای مدل ارایه‌شده این تحقیق توسعه داده شود. (۲) می‌توان برای واقعی‌تر نمودن مدل ریاضی برخی پارامترهای مساله مانند مدت زمان فعالیت‌ها و زمان آماده‌سازی و ... تصادفی در نظر گرفته شود. (۳) یک روش حل برای مدل ریاضی با استفاده از ترکیب الگوریتم‌های مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح مانند شاخه و کران و شاخه و برش و الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری توسعه داده شود. (۴) پیشنهاد می‌شود ملاحظات موازنه زمان- هزینه و چند حالته بودن مساله نیز مدلسازی شود.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

منابع

[1] Asadujjaman, M., Rahman, H. F., Chakrabortty, R. K., & Ryan, M. J. (2021). Resource constrained project scheduling and material ordering problem with discounted cash flows. Computers & Industrial Engineering, 158, 107427.

[2] Shishodia, A., Verma, P., & Dixit, V. (2019). Supplier evaluation for resilient project driven supply chain. Computers & Industrial Engineering, 129, 465-478.

[3] Patoghi, A., & Mousavi, S. M. (2021). A new approach for material ordering and multi-mode resource constraint project scheduling problem in a multi-site context under interval-valued fuzzy uncertainty. Technological Forecasting and Social Change, 173, 121137.

[4] Amin-Tahmasbi, H., & Dastoureh, M. (2021). Design of a Robust Multi-Product Multi-Period Green Supply Chain Network. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University, 18(4), 53-71. (In Persian)

[5] Papi, A., Barzinpour, F., & Pishvaee, M. (2020). A Hybrid Solution Approach Based on Benders Decomposition and Meta-Heuristics to Solve Supply Chain Network Design Problem. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University, 17(4), 63-88. (In Persian)

[6] Chen, W., Lei, L., Wang, Z., Teng, M., & Liu, J. (2018). Coordinating supplier selection and project scheduling in resource-constrained construction supply chains. International Journal of Production Research, 56(19), 6512-6526.

[7] Xu, X., Zhao, Y., & Chen, C. Y. (2016). Project-driven supply chains: integrating safety-stock and crashing decisions for recurrent projects. Annals of Operations Research, 241(1), 225-247.

[8] Shishodia, A., Verma, P., & Jain, K. (2022). Supplier resilience assessment in project-driven supply chains. Production Planning & Control, 33(9-10), 875-893.

[9] Fu, F., & Xing, W. (2021). An agent-based approach for project-driven supply chain problem under information asymmetry and decentralized decision-making. Computers & Industrial Engineering, 158, 107410.

[10] Hartmann, S., & Briskorn, D. (2010). A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. European Journal of Operational Research, 207(1), 1–14.

[11] Rostami, M., Bagherpour, M., & Hosseini, M. H. (2021). A multi-objective decentralized multiple construction project schedulung problem considering periodic services and ordering policies. Iran University of Science & Technology, 11(2), 195-230.

[12] Khoshjahan, Y., Najafi, A. A., & Afshar-Nadjafi, B. (2013). Resource constrained project scheduling problem with discounted earliness–tardiness penalties: Mathematical modeling and solving procedure. Computers & Industrial Engineering, 66(2), 293-300.

[13] Dodin, B., & Elimam, A. A. (2001). Integrated project scheduling and material planning with variable activity duration and rewards. Iie Transactions, 33(11), 1005-1018.

[14] Chen, Z., Hammad, A. W., Waller, S. T., & Haddad, A. N. (2023). Modelling supplier selection and material purchasing for the construction supply chain in a fuzzy scenario-based environment. Automation in Construction, 150, 104847.

[15] Abdzadeh, B., Noori, S., & Ghannadpour, S. F. (2022). Simultaneous scheduling of multiple construction projects considering supplier selection and material transportation routing. Automation in Construction, 140, 104336.

[16] Rahman, H. F., Chakrabortty, R. K., Elsawah, S., & Ryan, M. J. (2022). Energy-efficient project scheduling with supplier selection in manufacturing projects. Expert Systems with Applications, 193, 116446.

[17] Blazewicz, J., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. Discrete applied mathematics, 5(1), 11-24.

[18] Safari, S., Zaferanieh, M., Abareshi, M., & Rahimi, E. L. (2019). The Lagrangian relaxation method for the shortest path problem considering transportation plans and budgetary constraint. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University, 16(2), 39-57. (In Persian)

[19] Aquilano, N. J., & Smith, D. E. (1980). A formal set of algorithms for project scheduling with critical path scheduling/material requirements planning. Journal of Operations Management, 1(2), 57-67.

[20] Habibi, F., Barzinpour, F., & Sadjadi, S. J. (2019). A mathematical model for project scheduling and material ordering problem with sustainability considerations: A case study in Iran. Computers & industrial engineering, 128, 690-710.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

[21] Kazemi, S., & Davari-Ardakani, H. (2020). Integrated resource leveling and material procurement with variable execution intensities. Computers & Industrial Engineering, 148, 106673.
[22] Almatroushi, H., Hariga, M., As' ad, R., & Al-Bar, A. (2020). The multi resource leveling and materials procurement problem: an integrated approach. Engineering, Construction and Architectural Management, 27(9), 2135-2161.
[23] Sheykh, S. M., Shadrokh, S., & Hasanzadeh, F. (2009). Concurrent project scheduling and material planning: A genetic algorithm approach, 16(2), 91-99.
[24] Fu, F., & Xing, W. (2021). An agent-based approach for project-driven supply chain problem under information asymmetry and decentralized decision-making. Computers & Industrial Engineering, 158, 107410.
[25] Tabrizi, B. H., & Ghaderi, S. F. (2016). A robust bi-objective model for concurrent planning of project scheduling and material procurement. Computers & industrial engineering, 98, 11-29.
[26] Zoraghi, N., Shahsavar, A., & Niaki, S. T. A. (2017). A hybrid project scheduling and material ordering problem: Modeling and solution algorithms. Applied soft computing, 58, 700-713.
[27] Shahsavar, A., Zoraghi, N., & Abbasi, B. (2018). Integration of resource investment problem with quantity discount problem in material ordering for minimizing resource costs of projects. Operational Research, 18(2), 315-342.
[28] Tabrizi, B. H. (2018). Integrated planning of project scheduling and material procurement considering the environmental impacts. Computers & industrial engineering, 120, 103-115.
[29] Akhbari, M. (2022). Integration of multi-mode resource-constrained project scheduling under bonus-penalty policies with material ordering under quantity discount scheme for minimizing project cost. Scientia Iranica, 29(1), 427-446.
[30] Zhang, Y., & Cui, N. (2021). Project scheduling and material ordering problem with storage space constraints. Automation in Construction, 129, 103796.
[31] Moradi, N., & Shadrokh, S. (2019). Simultaneous solution of material procurement scheduling and material allocation to warehouse using simulated annealing. Journal of Applied Research on Industrial Engineering, 6(1), 1-15.
[32] Afra, A. P., Kheirkhah, A., & Ahadi, H. (2022). Systematic literature review of integrated project scheduling and material ordering problem: Formulations and solution methods. Computers & Industrial Engineering, 108711.
[33] Kolisch, R. (2000). Integration of assembly and fabrication for make-to-order production. International Journal of Production Economics, 68(3), 287-306.
[34] Golpîra, H. (2020). Optimal integration of the facility location problem into the multi-project multi-supplier multi-resource Construction Supply Chain network design under the vendor managed inventory strategy. Expert systems with applications, 139, 112841.
[35] RezaHoseini, A., Noori, S., & Ghannadpour, S. F. (2021). Integrated scheduling of suppliers and multi-project activities for green construction supply chains under uncertainty. Automation in Construction, 122, 103485.
[36] Neng Chiu, H., & Maw Tsai, D. (2003). An integer linear programming model and a modified branch and bound algorithm for the project material requirements planning problem. Journal of Information and Optimization Sciences, 24(1), 151-196.
[37] Geoffrion, A. M. (2010). Lagrangian relaxation for integer programming. In 50 Years of Integer Programming 1958-2008 (pp. 243-281). Springer, Berlin, Heidelberg.
[38] Möhring, R. H., Schulz, A. S., Stork, F., & Uetz, M. (2003). Solving project scheduling problems by minimum cut computations. Management science, 49(3), 330-350.
[39] Chaleshtarti, A. S., Shadrokh, S., Khakifirooz, M., Fathi, M., & Pardalos, P. M. (2020). A hybrid genetic and Lagrangian relaxation algorithm for resource-constrained project scheduling under nonrenewable resources. Applied Soft Computing, 94, 106482.
[40] Rostami, M., Bagherpour, M., & Hosseini, M. H. (2021). A multi-objective decentralized multiple construction project schedulung problem considering periodic services and ordering policies. Iran University of Science & Technology, 11(2), 195-230.
[41] Shen, Z. J. M., & Qi, L. (2007). Incorporating inventory and routing costs in strategic location models. European journal of operational research, 179(2), 372-389.
[42] Maffioli, F. (2003). Subgradient optimization methods in integer programming with an application to a radiation therapy problem. Unpublished Dissertation). Kaiserlautern University, Kaiserlautern, Germany.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]

[43] Alkaabneh, F., Diabat, A., & Elhedhli, S. (2019). A Lagrangian heuristic and GRASP for the hub-and-spoke network system with economies-of-scale and congestion. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 102, 249-273.
[44] Tezel, A., Koskela, L., & Aziz, Z. (2018). Current condition and future directions for lean construction in highways projects: A small and medium-sized enterprises (SMEs) perspective. International Journal of project management, 36(2), 267-286.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.22034/20.3.33]