مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و یکم، شماره اول (پیاپی ۸۰)، بهار ۰۳، ص ص ۶۹-۵۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

راهکاری برای مقایسه و ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس شاخص‌های استاندارد و تحلیل پوششی داده‌ها

علیرضا فخارزاده جهرمی[۱]، حسن رستم زاده[۲*]، زهره عباسی[۳]
۱- استاد، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران
۲- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران
۳- کارشناسی ارشد، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه پیام نور مرکز شیراز، شیراز، ایران

رسید مقاله: ۲۰ شهریور ۱۴۰۲
پذیرش مقاله: ۱۱ بهمن ۱۴۰۲

چکیده
در علم تحلیل پوششی داده‌ها، واحدهایی که روی مرز تولید قرار می‌گیرند، میزان کارایی آنها صددر صد یا به عباراتی کارا خواهند بود. اما در این نوع ارزیابی شاخص‌های استاندارد برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در نظر گرفته نمی‌شوند. از این رو در این مقاله روشی ارایه می‌شود که واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس استانداردهای موجود درمقایسه ورودی و خروجی، برمبنای مدل‌هایی از تحلیل پوششی داده‌ها، مقایسه و ارزیابی شوند. از آنجا که ممکن است با داده‌های منفی مواجه شویم، نشان داده می‌شود که چگونه با استفاده از مدل‌های ویژه داده‌های منفی در تحلیل پوششی داده‌ها و انجام ابتکاراتی، امر ارزیابی به صورتی مطلوب قابل انجام است. مثال عددی و پیاده‌سازی برای موردی واقعی و میدانی در صنعت، کارایی روش ارایه شده را به نمایش می‌گذارد. همچنین مقایسه نتایج با دو روش مهم ویژه تعیین کارایی با حضور داده های منفی در تحلیل پوششی داده‌ها نشان می‌دهد که روش پیشنهادی به صورت موثر عمل می‌نماید.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، ارزیابی، داده‌های منفی، شاخص استاندارد، مدل‌های SORM.

۱ مقدمه
مدل‌های زیادی در تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU) توسط محققان تعریف شده است. اولین مدل توسط چارنز و همکاران [۱] به نام مدل CCR در دو ماهیت ورودی و خروجی محور معرفی شد. بعد از آن مدل BCC نیز در همان دو ماهیت توسط بنکر و همکاران [۲] ارایه شد. در این زمینه مدل‌های دیگری همانند مدل‌های جمعی، SBM وترکیبی شعاعی و غیرشعاعی توسط محققان معرفی شدند [۳]. این مدل‌ها برخی به صورت شعاعی و غیرشعاعی و یا ترکیبی از هر دو، واحدها را مورد ارزیابی قرار می‌دهند. گرچه از نظر کارایی بعضی از این مدل‌ها نسبت به دیگر روش‌ها دقیق‌تر عمل می‌کنند، اما همه آنها با

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: h.rostamzadeh@sutech.ac.ir

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]
[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

تبدیل به یک مساله از نوع برنامه‌ریزی خطی قابل حل خواهند بود و ورودی و خروجی‌های به‌کار رفته در این مدل‌ها همگی نامنفی خواهند بود.

اما در ارزیابی عملی واحدهای تصمیم گیرنده، واحدهایی که روی مرز تولید قرار دارند کارا خواهند بود و واحدهایی که از مرز تولید فاصله دارند، ناکارا می‌باشند و این ناکارایی با افزایش فاصله از مرز تولید بیشتر خواهد بود. برای آن که یک واحد ناکارا به واحدی کارا تبدیل شود، باید مقادیری از ورودی را کاهش یا مقادیری از خروجی‌های آن را افزایش داد (وگاهی هر دو مورد). اما گاهی در عمل برای واحدهایی که فاصله‌ی زیادی تا مرز کارا دارند، این کارها عملی نیست و اتفاق نخواهد افتاد. این در حالی است که همواره مدیران در هر سازمان همگی به دنبال آن هستند که واحدهای تحت نظارت را به گونه‌ای مدیریت و برنامه‌ریزی کنند که شاخص‌های واحدها تحت مدیریت خود به حد استاندارد تعریف‌شده و یا مورد نظر برسانند. حتی می‌توان اذعان داشت که گاهی از نظر آنها واحدهایی که شاخص‌هایشان به حد استاندارد برسند کارا خواهند بود، هر چند که شاخص‌های برخی واحدها از حد استاندارد عبور کرده باشد. به طور مثال در آموزش و پرورش به طور عادی تلاش بر این است که مدارس به عنوان واحدهای تصمیم‌گیرنده، به حد استاندارد براساس ملاک‌های آموزش و پرورش، رسانده شوند؛ این استاندارد می‌توان معیارهایی از کشورهای پیشرفته و یا معیارهای جهانی تایید شده نظیرتعریفی از مدرسه استاندار[۴] باشد؛ یا نظیر آنچه که در کشورمان ارایه شده باشد (نظیر تعریف ارایه‌شده در سند تحول بنیادین آموزش و پرورش کشور). البته دیگر موارد همچون استانداردهای ISO[1] که در صنعت، تجارت، اقتصاد و غیره کاربرد فراوان دارد، نیز می‌توانند جز استانداردها تلقی گردند.

در این مقاله به دنبال ارزیابی و تشخیص نقاط ضعف واحدهایی هستیم که شاخص های ورودی و خروجی آنها با استاندارد مورد نظر متفاوت است تا با تصحیح برنامه‌ریزی تولید بتوان آنها را به حد استاندارد و کارا رساند. قابل ذکر است که به طور طبیعی در انجام این فرآیند ممکن است مقدار اختلاف شاخص‌ها با حد استاندارد گاهی مقداری منفی شود. پس در این نوع از ارزیابی، مواجه خواهیم بود با واحدهایی با مقادیری (ویژگی‌هایی) جدید و منفی که عملا با مدل های عمومی شناخته‌شده قابل ارزیابی نخواهند بود.

البته در تحلیل پوششی داده‌ها، برای رفع مشکل وجود داده‌های منفی شیوه‌ها و مدل‌هایی طراحی شده‌اند. از مهم‌ترین روش‌های ارایه‌شده برای به‌کارگیری داده‌های منفی، می‌توان به روش پیشنهادی سیفورد و ژو [۵] اشاره کرد؛ در این روش ابتدا ورودی‌های نامطلوب در منفی ضرب می‌شوند و سپس یک بردار تبدیل محاسبه می‌شود که جمع آن با داده‌های منفی، یک بردار مثبت از داده‌ها را ایجاد می‌نماید. اما از این روش فقط در حالت بازده به مقیاس ثابت می‌توان استفاده کرد. روش دیگری نیز توسط پورتلا و همکاران [۶] با عنوان RDM[2] ارایه‌شده است؛ در این روش برای مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، یک نقطه‌ی ایده‌آل تعریف می‌شود که معمولا این نقطه به مجموعه امکان تولید تعلق ندارد. آنگاه برای هر واحد ناکارا، ارزیابی کارایی بر حسب موقعیت نسبی آن در قیاس با نقطه‌ی ایده‌آل تعیین می‌شود. مدل دیگری نیز توسط شارپ و همکاران [۷] با عنوان MSBM[3] برای

1 International Organization for Standardization
2 Range Directional Measure
3 Modified Slack Based Measure

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

به‌کارگیری داده‌های منفی، ارایه شده است. شارپ با قرار دادن جهت‌های بهبود معرفی‌شده در مدل RDM به جای مقادیر مشاهدات، یک تابع تعدیلی را معرفی می‌نماید به‌طوری که مدل ارایه‌شده برای داده‌های منفی مناسب باشد. مدل MEA[1] نیز توسط آسمیلد و پاستور [۸] معرفی شده است. آنها نقطه‌ی ایده‌آل مدل MEA را با استفاده از تابع فاصله‌ای جهت‌دار و با در نظر گرفتن مولفه‌های ورودی و خروجی و از طریق حل یک مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی به دست آوردند. محمدی نسب و کاظمی متین [۹] نشان دادند که مدل MEA در زمینه داده‌های منفی دارای خواص مطلوبی است و تحت بازده به مقیاس‌های مختلف قابل استفاده است. خووینی و همکاران [۱۰] در خصوص شناخت تراکم و مشخص کردن کمترین و پرتراکم ترین واحدهای تصمیم‌گیری مقاله‌ای ارایه داده‌اند؛ آنها یک مدل برای تعیین DMU های کاندید با مقادیر ورودی و خروجی منفی برای داشتن ازدحام و روشی برای تشخیص وضعیت ازدحام این DMU ها ارایه داده‌اند. لین و چن [۱۱] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شعاعی برای یافتن ابرکارایی واحدها با متغیرهای ورودی و خروجی منفی و نامنفی معرفی کردند؛ در مقایسه با مدل‌های موجود که قادر به مقابله با داده‌های منفی هستند، مدل پیشنهادی آنها می‌تواند DMU های کارآمد با داده‌های منفی و غیرمنفی را رتبه‌بندی کند و هر DMU ناکارا را در یک جهت مناسب بر روی مرز با ابرکارایی قرار دهد. سلطانی فر و شریفی [۱۲] برای رتبه‌بندی واحدها با داده‌های منفی روش کارایی متقاطع را ارایه داده اند؛ آنها ابتدا یک مدل غیرشعاعی جدید برای ارزیابی عملکرد DMU ها در حضور داده‌های منفی پیشنهاد داده اند؛ سپس بر اساس این مدل یک مدل ثانویه جدید را برای رفع اولین اشکال در روش کارایی متقاطع زمانی که جواب بهینه چندگانه می‌باشد، ارایه داده‌اند. همچنین، برای حل اشکال دوم، این که دلیل قانع‌کننده‌ای برای استفاده از میانگین حسابی برای جمع‌آوری نتایج ماتریس کارایی متقاطع وجود ندارد، یک روش ترکیبی به کمک روش فازی پیشنهاد داده اند. بانسال و مهرا [۱۳] در خصوص تحلیل پوششی داده‌های صحیح منفی بازه‌ای مقاله‌ای ارایه داده‌اند؛ آنها روشی برای محاسبه کارایی واحدها با شاخص‌های صحیح منفی و بازه ای ارایه داده‌اند و روش پیشنهادی را بر روی مجموعه داده‌های واقعی مربوط به سال ۲۰۱۴ تا ۲۰۱۸ خطوط هوایی فعال در هند را پیاده‌سازی کردند. کاظمی متین و صالحی [۱۴] مدل اصلاح‌شده کراندار BAM[2] برای داده‌های منفی به‌کار گرفتند و ارتباط ساختاری آن را با مدل‌های دیگر این زمینه نظیر RDM و MSBM نشان دادند.

در این میان از روش‌های ارایه‌شده‌ی اخیر، می‌توان به مدل مهم SORM[3] که توسط امروز نژاد و همکاران [۱۵] ارایه شده است، اشاره کرد. اما ضعف‌هایی در این مدل مشاهده شد که برای برخی از مسایل کارایی لازم را نداشت؛ این امر سبب شد که مدل SORM اصلاح‌شده توسط رضا کاظمی متین و همکاران [۱۶] ارایه شود. در اینجا ما با استفاده از مدلی که برگرفته از مدل راسل [۱۷] می‌باشد، واحدهایی با شاخص‌های جدید منفی حاصل از مقایسه با معیار استاندارد مورد نظر را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. روش معرفی‌شده، مقدار کارایی دقیق‌تری نسبت به مدل‌های ارایه‌شده برای شاخص‌های منفی را ارایه می‌دهد؛ همچنین مقادیر دقیق‌تری از اضافه یا کمبود

1 Multi-directional in Efficiency Analysis
2 Bounded Adjusted Measure
3 Semi-Oriented Radial Measure

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

شاخص‌های واحدهای ناکارا به دست می‌آید و برای هر دو دسته ازمدل‌های بازده به مقیاس ثابت و متغیر قابل استفاده است. در بخش دوم این مقاله با بیان مفاهیم و تعاریف لازم، به معرفی مدل راسل و ویژگی‌های آن می‌پردازیم. بخش سوم اختصاص به روش ارزیابی واحدها با شاخص‌های استاندارد دارد. در بخش چهارم به بیان یک مثال واقعی می‌پردازیم که هدف آن تعیین کارایی و ارایه نحوه بهبود واحدهای ناکارا بر حسب معیار استاندارد مورد نظر مدیر است. در این راستا با ارایه مثال مقایسه نیز صورت خواهد گرفت. بخش آخر نیز به ارایه نتایج حاصل اختصاص‌یافته است.

۲ مدل راسل و نقش آن در کاراسازی واحدهای تصمیم‌گیرنده

راسل [۱۷] مدلی برای ارزیابی واحد تصمیم‌گیرنده $DMU_O=(X_O,Y_O)$ در بین n واحد تصمیم‌گیرنده یک سازمان با m ورودی و s خروجی نامنفی به صورت زیر ارایه نمود:

$$
\begin{aligned}
p = Min\ & \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\theta_i}{\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\varphi_r} \\
s.t.\ & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} \le \theta_i x_{io}, \qquad i=1,2,\ldots,m, \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \ge \varphi_r y_{ro}, \quad r=1,2,\ldots,s, \\
& 0 \le \theta_i \le 1, \varphi_r \ge 1, \qquad i=1,2,\ldots,m, \quad r=1,2,\ldots,s, \\
& \lambda_j \ge 0, \qquad j=1,2,\ldots,n.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

که در آن θ_i نسبت کاهش ورودی i ام و φ_r نسبت افزایش خروجی r ام واحد DMU_O است تا به یک واحد کارا تبدیل شود. بنابراین اگر $\theta_i=1$ برای $i=1,2,\ldots,m$ و $\varphi_r=1$ برای $r=1,2,\ldots,s$ ، آنگاه $p^*=1$ و واحد DMU_O روی مرز کارا (تولید) قرار دارد؛ بنابراین یک واحد کارا خواهد بود. همچنین با توجه به قیود مساله (۱) واضح است که مساله (۱) نسبت به تغییر واحد پایدار است.

نکته ۲-۱ در بهینگی مدل (۱) دسته قیود اول و دوم فعال هستند[۱۷]. بنابراین اگر (θ_i^*,φ_r^*) برای $i=1,2,\ldots,m$ و $r=1,2,\ldots,s$ جواب بهینه مدل (۱) باشد، آنگاه $(\theta_i^* x_{io}, \varphi_r^* y_{ro})$ برای $r=1,2,\ldots,s$ و $i=1,2,\ldots,m$ واحدی کارا خواهد بود.

با استفاده از روش چارنز و کوپر [۱۸] مساله (۱) به یک مساله خطی به صورت زیر تبدیل می شود:

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

$$
\begin{aligned}
& p = min \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \theta_i \\
& s.t. \ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leqslant \theta_i x_{io}, \quad i = 1,2,...,m, \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geqslant \varphi_r y_{ro}, \qquad r = 1,2,...,s, \qquad (2) \\
& \qquad \frac{1}{s} \sum_{r=1}^{s} \varphi_r = 1, \\
& \qquad \theta_i \leqslant t, \quad \varphi_r \geqslant t, \quad i = 1,2,...,m, \quad r = 1,2,...,s, \\
& \qquad \lambda_j \geqslant 0, \qquad\qquad j = 1,2,...,n.
\end{aligned}
$$

پس برای $j = 1,2,...,n$ ، $r = 1,2,...,s$ و $i = 1,2,...,m$ اگر $\left(\lambda_j^*, \theta_i^*, \varphi_r^*, t^*\right)$ جواب بهینه مساله (۲) باشد، آنگاه $\left(\frac{\lambda_j^*}{t^*}, \frac{\theta_i^*}{t^*}, \frac{\varphi_r^*}{t^*}\right)$ جواب بهینه مساله (۱) می‌باشد.

۳ ارزیابی واحدها بر حسب شاخص‌های استاندارد

همان‌طور که گفته شد در این مقاله به دنبال ارزیابی و تشخیص نقاط ضعف واحدهایی هستیم که شاخص‌های ورودی و خروجی آنها با استاندارد مورد نظر متفاوت است تا با تصحیح برنامه‌ریزی تولید بتوان آنها را به حد استاندارد و کارا رساند. در انجام این فرآیند ممکن است مقدار اختلاف شاخص‌ها با حد استاندارد گاهی مقداری منفی شود. پس در این نوع از ارزیابی، مواجه خواهیم بود با واحدهایی با مقادیری (ویژگی‌هایی) جدید و منفی که عملا با مدل‌های عمومی شناخته‌شده قابل ارزیابی نخواهند بود.

برای $o \in \{1,2,...,n\}$ در ارزیابی واحد DMU_o بر حسب شاخص های استاندارد، فرض می کنیم واحدتصمیم‌گیرنده DMU_k واحدی با شاخص های استاندارد باشد که از طریق مراجعی معرفی و یا تعیین‌شده است (این واحد استاندارد می تواند توسط تصمیم گیرنده و یا ملاک‌های استاندارد حتی به صورت مجازی در نظر گرفته شود)؛ ما در اینجا این واحد را واحد استاندارد می‌نامیم. در ادامه اختلاف شاخص های ورودی و خروجی واحدهای مورد ارزیابی $DMU_j = \left(X_j, Y_j\right)$ ، $j = 1,2,...,n$ را از شاخص های واحد استاندارد $DMU_k = \left(X_k, Y_k\right)$ محاسبه می‌کنیم، بنابراین سازمانی جدید با واحدها تصمیم‌گیرنده مجازی به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\left(\overline{x_{ij}}, \overline{y_{rj}}\right) = \left(x_{ij} - x_{ik}, y_{rj} - y_{rk}\right), \qquad i = 1,2,...,m, \ \ r = 1,2,...,s;$$

توجه داریم که مقادیر $\overline{x_{ij}}$ و $\overline{y_{rj}}$ در علامت آزاد هستند. حال تمام واحدها را با شاخص‌های جدید $\overline{x_{ij}}$ و $\overline{y_{rj}}$ مورد ارزیابی قرار می دهیم. اگر همه‌ی داده‌های ورودی l ام $\left(\overline{x_{lj}}\right)$ و خروجی g ام $\left(\overline{y_{gj}}\right)$ در تمام

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

واحدها نامثبت باشند، با توجه به این که $\lambda_j \geqslant 0$، خواهیم داشت:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \overline{x_{lj}} \geqslant \overline{x_{lo}}, \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \overline{y_{gj}} \leqslant \overline{y_{go}}.$$

این رابطه بدان معنی است که با افزایش ورودی نامثبت $\overline{x_{lo}}$ و کاهش خروجی $\overline{y_{go}}$، می توان به مرزکارای $(\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \overline{x_{lj}}, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \overline{y_{gj}})$ رسید. بنابراین می‌توان شاخص‌های ورودی منفی را با لحاظ‌کردن مقدار مثبت برای آنها به عنوان خروجی و به همین ترتیب شاخص‌های خروجی منفی را با در نظر گرفتن مقدار مثبت برای آنها به عنوان ورودی در نظر گرفت. زیرا با این شیوه واحد DMU_o با مشخصه‌های جدید روی مرز کار تصویر خواهد شد. به همین دلیل ورودی ها $\overline{x_{ij}}$ و خروجی ها $\overline{y_{rj}}$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد که در این حالت دیگر با مقادیر منفی مواجه نخواهیم شد:

$$\overline{x_{ij}} = \overline{x_{ij}}^{1} - \overline{x_{ij}}^{2}; \quad \overline{x_{ij}}^{1} = \begin{cases} \overline{x_{ij}}, & \overline{x_{ij}} \geqslant 0; \\ 0, & o.w \end{cases}, \qquad \overline{x_{ij}}^{2} = \begin{cases} -\overline{x_{ij}}, & \overline{x_{ij}} < 0; \\ 0, & o.w \end{cases} \qquad (3)$$

$$\overline{y_{rj}} = \overline{y_{rj}}^{1} - \overline{y_{rj}}^{2}; \quad \overline{y_{rj}}^{1} = \begin{cases} \overline{y_{rj}}, & \overline{y_{rj}} \geqslant 0; \\ 0, & o.w \end{cases}, \qquad \overline{y_{rj}}^{2} = \begin{cases} -\overline{y_{rj}}, & \overline{y_{rj}} < 0; \\ 0, & o.w \end{cases}$$

توجه داریم که رابطه‌های (۳) برای داده‌های اولیه مثبت (ورودی‌ها و خروجی‌ها) هم به‌کار برده می‌شود. بنابراین، اگر مقادیر ورودی و یا خروجی واحدها ترکیبی از مقادیر منفی و نامنفی باشند، می‌توان ابتدا آنها را به دو دسته متغیر ورودی و دو دسته متغیر خروجی با مقادیر مثبت و منفی جدا کرد، آنگاه با تبدیل دسته داده‌های منفی با استفاده از روابط (۳) ورودی و خروجی واحد DMU_j به ترتیب برابر خواهند بود با مقادیر مثبت

$$Y_j = \left(\overline{Y}_j^{1}, \overline{X}_j^{2}\right), \qquad X_j = \left(\overline{X}_j^{1}, \overline{Y}_j^{2}\right), \quad j = 1, 2, \ldots, n.$$

حال مساله (۱) برای ارزیابی واحد DMU_o با استفاده از شاخص‌های جدید به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$p = Min \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \theta_i}{\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s} \varphi_r} \qquad (4)$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leqslant \theta_i x_{io}, \quad i = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geqslant \varphi_r y_{ro}, \quad r = 1, 2, \ldots, s;$$

$$0 \leqslant \theta_i \leqslant 1, \varphi_r \geqslant 1, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \quad r = 1, 2, \ldots, s;$$

$$\lambda_j \geqslant 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

که در آن m و s به ترتیب تعداد ورودی X_j و تعداد خروجی Y_j می باشند. این مساله با استفاده از روش خطی‌سازی چارنز و کوپر [۱۸] تبدیل به مساله خطی (۲) شده و به‌راحتی قابل حل خواهد بود. چنانچه مقدار بهینه

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

مساله (۴) برابر یک باشد. واحد DMU_o واحدی کارا خواهد بود. به عبارت دیگر عملکرد آن نسبت به بعضی واحدها به حد استاندارد نزدیک‌تر است؛ اما چنانچه مقدار بهینه آن کمتر از یک باشد، این نشان می‌دهد که واحد DMU_o نسبت به واحدهای کارا از حد استاندارد دورتر است. اما مدل (۴) تصویری از آن تا مرز کارا و نزدیک به حد استاندارد را به ما می‌دهد که برابر با $\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}\ ,\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}\right)$ خواهد بود.

نکته ۳-۱ در ارزیابی واحد DMU_o، اگر x_{i0} و y_{ro} مقادیر منفی داشته باشند و همان‌طور که گفته شد با مقادیر نامنفی به ترتیب به عنوان خروجی و ورودی در مدل (۴) به‌کار گرفته می‌شوند؛ از آنجا که در (۴)، $\theta_i^* \leqslant 1$ و $\varphi_r^* \geqslant 1$ لذا ورودی و خروجی منفی x_{i0} و y_{ro}، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند.

نکته ۳- ۲ چنانچه شاخص‌های DMU_o از شاخص‌های واحد استاندارد بالاتر یا برابر باشد (ورودی‌هایش کمتر یا مساوی و خروجی‌هایش بیشتر یا مساوی نسبت به واحد استاندارد باشد)، آنگاه DMU_o کارا است. زیرا در این حالت $Y_o = \left(\bar{Y}_o^1, \bar{X}_o^2\right)$ و $X_o = \left(\bar{X}_o^1, \bar{Y}_o^2\right) = (0,0)$ می‌باشد. بنابراین در مدل (۴)، با صرف‌نظر از X_o، دسته قیود اول حذف و صورت کسر تابع هدف یک خواهد شد که در این صورت جواب بهینه مدل برابر با $\lambda_0^* = 1$ و برای همه r ها $\varphi_r^* = 1$ می شود، در نتیجه جواب بهینه برابر یک و DMU_o کارا خواهد بود.

٤ مرور مدل‌های SORM برای داده‌های منفی

امروزنژاد و همکاران [۱۵] با بهره‌گیری از مدل BCC و تجزیه داده‌های منفی به صورت رابطه‌های (۳)، مدلی تحت عنوان مدل شعاعی نیمه جهت دار (SORM)[1] برای خروجی‌هایی با داده‌های منفی را به صورت زیر ارایه دادند:

$$
\begin{aligned}
& h = Max\ h \\
& S.t.\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j \leq x_o; \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j^1 \geq h y_o^1; \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j^2 \leq h y_o^2; \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1;\ \lambda_j \geq 0,\ \ j = 1,2,\ldots,n
\end{aligned}
\qquad (۵)
$$

که در آن y_j^2 در اصل دارای مقدار منفی است که در (۵) با مقدار مثبت به عنوان خروجی در نظر گرفته شده است و در آن $h \geq 1$.

ایراد مهم مدل (۵) عدم افزایش مقدار خروجی منفی واحدهای ناکارا در بهینگی می‌باشد [۱۳]. به همین دلیل مدل

1 Semi-Oriented Radial Measure

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

اصلاح‌شده SORM توسط رضا کاظمی متین و همکاران [۱۶] برای رفع این مشکل به صورت زیر بیان شد:

$$
\begin{aligned}
& h = Max\ h \\
& S.t.\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j^1 \le x_o^1; \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j^2 \ge x_o^2; \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^1 \ge h y_o^1; \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^2 \le \frac{1}{h} y_o^2; \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1;\ \lambda_j \ge 0,\ \ j = 1,2,\ldots,n,
\end{aligned}
\qquad (۶)
$$

که در آن x_j^2 و y_j^2 به عنوان ورودی و خروجی‌های منفی که با فرض نامنفی بودن، به عنوان خروجی و ورودی در مدل (۶) در نظر گرفته شده است. البته این مدل برای واحدهای ناکارا که از مدل (۵) حاصل می‌شود، به کار برده می‌شود.

در مدل (۶) دسته قیود $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^2 \le \frac{1}{h} y_o^2$ غیرخطی هستند. از لحاظ محاسبه کارایی این مدل به‌صورت شعاعی بر خروجی‌ها عمل می‌کند و همه خروجی‌ها را تا مرز کارا به یک شعاع افزایش می‌دهد. این در حالی است که مدل پیشنهادی (۴) به صورت غیرشعاعی همه ورودی‌ها و خروجی‌ها را تا رسیدن به مرز کارا کاهش و افزایش می‌دهد. قیود مدل (۶) در بهینگی ممکن است غیرفعال باشند؛ به این معنی که هنوز امکان کاهش ورودی و یا افزایش خروجی وجود دارد و این در حالی است که در مدل (۴) فعال بودن قیود در بهینگی باعث تشخیص دقیق‌تر مقدار مازاد ورودی و مقدار کاهش خروجی می‌گردد و از همه مهم‌تر در محاسبه کارایی مدل شعاعی(۶) از مدل پیشنهادی و غیرشعاعی (۴) ضعیف‌تر می‌باشد.

۵ پیاده‌سازی میدانی

هدف بررسی کارایی پنج واحد از قسمت PVC یک کارخانه صنعتی واقع در شهرک صنعتی شیراز در سال ۱۳۹۵ مطابق نیاز مدیریت کارخانه است. در قسمت PVC این کارخانه، چهار نوع مختلف از نوارهای PVC با جنس‌های متفاوت و اندازه های مختلف بر حسب سفارش‌ها تهیه می‌شوند؛ این چهار نوع نوار PVC عبارتنداز نوارهای مات با اندازه های ۲۰×۲ و ۳۶×۲ وهمچنین نوار براق با اندازه‌های ۲۰×۲ و ۳۶×۲ هستند. در این بررسی مقدار متراژ اولیه خریداری‌شده از چهار نوع نوار PVC توسط کارخانه، به عنوان چهار ورودی در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار متراژ مصرف‌شده از هرچهار نوع نوار PVC (تولیدات مختلف کارخانه) که در PVCکردن ورق‌های MDF به‌کار برده می‌شود، به عنوان چهار خروجی در نظر گرفته شده است؛ این داده‌ها در جدول ۱ ارایه شده‌اند. قصد مدیریت محاسبه کارایی واحدهای PVC در سال ۱۳۹۵ در مقایسه با میانگین سال ۱۳۹۴ می‌باشد زیرا که در این سال از نظر تمام ابعاد (اقتصادی، تعداد نیروی کارو غیره) بهره بیشتری از واحدهای PVC نسبت به سال‌های قبل از آن نصیب شرکت شده است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

به این منظور میانگین سال **۱۳۹۴** را جهت برآورده شدن نظر مدیریت به عنوان شاخص‌های استاندارد در نظر می‌گیریم. آنگاه با در نظر گرفتن این شاخص‌های استاندارد تولید برای هر ورودی و خروجی، داده‌ها را با این شاخص ها مقایسه می‌کنیم به طوری که اگر داده‌های سال **۱۳۹۵** از استاندارد بالاتر باشد، آن داده‌ها با همان مقدار مثبت و اگر پایین‌تر باشد، با همان مقدار منفی فرض می‌شوند. در جدول **۲** شاخص‌های استاندارد (میانگین سال **۱۳۹۴**) از بخش PVC برای این کارخانه نوشته شده است.

جدول ۱. داده‌های پنج واحد قسمت PVC کارخانه در سال ۱۳۹۵.

	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق
	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶
DMU	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
۱	۵۴۰۰	۳۵۰۰	۲۲۰۰	۱۸۰۰	۵۵۰۰	۳۳۰۱	۲۳۹۲	۱۲۶۹
۲	۹۴۰۰	۴۷۰۰	۳۰۰۰	۱۹۰۰	۵۵۱۲	۳۳۰۷	۲۵۱۳	۱۲۶۶
۳	۵۹۰۰	۳۹۰۰	۲۷۰۰	۱۴۰۰	۵۴۷۷	۳۱۹۷	۲۵۳۷	۱۲۴۷
۴	۶۷۰۰	۴۲۰۰	۲۵۰۰	۱۰۰۰	۵۴۹۳	۳۳۰۶	۲۳۹۹	۱۲۸۹
۵	۸۶۰۰	۳۹۰۰	۳۱۰۰	۱۶۰۰	۵۳۷۲	۳۱۹۱	۲۴۶۲	۱۲۴۸

جدول ۲. شاخص‌های استاندارد(میانگین سال ۱۳۹۴) بخش PVC کارخانه.

	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق
	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶
DMU	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
استاندارد	۶۰۰۰	۳۴۰۰	۲۵۰۰	۱۲۰۰	۵۴۲۰	۳۲۷۳	۲۴۹۱	۱۲۳۵

اکنون داده‌های جدول ۱ را با داده‌های جدول ۲ مقایسه کرده و مطابق آنچه در فوق شرح داده شد، میزان اختلاف را به صورت داده‌هایی مثبت یا منفی، مطابق با جدول **۳** به‌دست می‌آوریم (همه مقادیر ورودی‌ها بر عدد صد تقسیم شده است). از جدول **۳** کاملا مشخص است که در این مقایسه داده‌هایی با مقادیر منفی وجود دارند. بنابراین با توجه به آنچه دربخش سوم بیان شد، ورودی‌ها و خروجی‌ها جدید را به تفکیک مقادیر مثبت نوشته و طبق جدول ۴ به عنوان شاخص‌های مثبت ارایه می‌شوند.

به جهت تعیین کارایی و میزان آن در شرکت، مدل (۴) برای تمام ۵ واحد اجرا گردید. بدین منظور ابتدا مساله مربوط به هر DMU به مساله خطی (۲) تبدیل و سپس جواب هر یک با استفاده از نرم افزارLINGO به‌دست آمد. نتایج حاصل از این فرایند در جدول ۵ ارایه شده است. از آنجاکه برای ارزیابی واحد DMU_0 در مساله متناظر (۲) استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های صفر این واحد تاثیری در بهینگی ندارد، بنابراین ورودی‌ها و خروجی‌های با مقادیر صفر در مساله لحاظ نمی‌شوند؛ به همین دلیل در جدول ۵ مقادیر θ_i و φ_r مربوطه با خط

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

تیره نمایش داده شده است.

جدول ۳. مقایسه شاخص‌های واحدهای کارخانه با شاخص‌های استاندارد.

DMU	$\overline{X_1}$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_3}$	$\overline{X_4}$	$\overline{Y_1}$	$\overline{Y_2}$	$\overline{Y_3}$	$\overline{Y_4}$
۱	-۶	۱	-۳	۶	۸۰	۲۸	-۹۹	۳۴
۲	۳۴	۱۳	۵	۷	۹۲	۳۴	۲۲	۳۱
۳	-۱	۵	۲	۲	۵۷	-۷۶	۳۶	-۱۲
۴	۷	۸	۰	-۲	۷۳	۳۳	-۹۲	۵۴
۵	۲۶	۵	۶	۴	-۵۰	-۸۲	-۲۹	۱۳

جدول ٤. داده‌های تبدیل یافته نامنفی حاصل از مقایسه با شاخص‌های استاندارد.

DMU	$\overline{X_1}^1$	$\overline{X_1}^2$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_3}^1$	$\overline{X_3}^2$	$\overline{X_4}^1$	$\overline{X_4}^2$	$\overline{Y_1}^1$	$\overline{Y_1}^2$	$\overline{Y_2}^1$	$\overline{Y_2}^2$	$\overline{Y_3}^1$	$\overline{Y_3}^2$	$\overline{Y_4}^1$	$\overline{Y_4}^2$
۱	۰	۶	۱	۰	۳	۶	۰	۸۰	۰	۲۸	۰	۰	۹۹	۳۴	۰
۲	۳۴	۰	۱۳	۵	۰	۷	۰	۹۲	۰	۳۴	۰	۲۲	۰	۳۱	۰
۳	۰	۱	۵	۲	۰	۲	۰	۵۷	۰	۰	۷۶	۳۶	۰	۰	۱۲
۴	۷	۰	۸	۰	۰	۰	۲	۷۳	۰	۳۳	۰	۰	۹۲	۵۴	۰
۵	۲۶	۰	۵	۶	۰	۴	۰	۰	۵۰	۰	۸۲	۰	۲۹	۱۳	۰

جدول ۵. نتایج حاصل از حل مساله با مدل پیشنهادی.

DMU	θ_1	φ_1	θ_2	θ_3	φ_2	θ_4	φ_3	φ_4	θ_5	φ_5	θ_6	φ_6	θ_7	φ_7	θ_8	کارایی
۱	-	۱	۱	-	۱	۱	-	۱	-	۱	-	-	۱	۱	-	۱
۲	۱	-	۱	۱	-	۱	-	۱	-	۱	-	۱	-	۱	-	۱
۳	-	۱	۱	۱	-	۰	-	۱	-	-	۱	۱	-	-	۱	۰/۸
۴	۱	-	۱	-	-	۱	۱	۱	-	۱	-	-	۱	۱	-	۱
۵	./۰۶۴۸	-	۰/۳۸۵۱	۰	-	۰/۱۲۰۳	-	-	۰	-	0	-	۰/۷۶۳۷	۱	-	۰/۱۹۰۵

همان‌گونه که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، واحدهای ۳ و ۵ در مقایسه با شاخص های استاندارد مورد نظر مدیریت طبق مدل پیشنهادی (۴) ناکارا هستند. همچنین فاصله‌ی بعضی از شاخص‌های آنها نسبت به واحدهای دیگر از شاخص‌های استاندارد بیشتر است. با توجه به نتایج به‌دست آمده در جدول ۵، از آنجا که مطابق نکته ۲-۱ بهبودیافته واحد (x_{io}, y_{ro})، برابر با $(\theta_i^* x_{io}, \varphi_r^* y_{ro})$ است، شاخص‌های واحدها در جدول ۴ برای واحدهای ناکار ۳ و ۵ اصلاح ودر جدول ۶ ارایه شده است. نتایج به‌دست آمده در جدول ۶ نیز اصلاح مقدار اختلاف بین شاخص‌های اولیه واحدها با شاخص‌های استاندارد بعد از بهبود می‌باشد. به طور مثال در واحد ناکارا ۳ اختلاف ورودی $\overline{X_4}$ با شاخص ورودی نظیر آن در حالت استاندارد باید از ۲۰۰ به ۰=۲۰۰×۰ کاهش یابد؛ یعنی این ورودی برای واحد ۳ باید با ورودی چهارم شاخص استاندارد برابر باشد تا واحد ۳ به یک واحد کارا تبدیل شود.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

جدول ٦. اصلاح اختلاف بین شاخص‌های واحدها پس از بهبود واحدهای ناکارا با شاخص‌های استاندارد.

DMU	$\overline{X_1^1}$	$\overline{X_1^2}$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_3^1}$	$\overline{X_3^2}$	$\overline{X_4^1}$	$\overline{X_4^2}$	$\overline{Y_1^1}$	$\overline{Y_1^2}$	$\overline{Y_2^1}$	$\overline{Y_2^2}$	$\overline{Y_3^1}$	$\overline{Y_3^2}$	$\overline{Y_4^1}$	$\overline{Y_4^2}$
۱	۰	۶	۱	۰	۳	۶	۰	۸۰	۰	۲۸	۰	۰	۹۹	۳۴	۰
۲	۳۴	۰	۱۳	۵	۰	۷	۰	۹۲	۰	۳۴	۰	۲۲	۰	۳۱	۰
۳	۰	۱	۵	۲	۰	۰	۰	۵۷	۰	۰	۷۶	۳۶	۰	۰	۱۲
۴	۷	۰	۸	۰	۰	۰	۲	۷۳	۰	۳۳	۰	۰	۹۲	۵۴	۰
۵	۱/۶۸۴۸	۰	۱/۹۲۵	۰	۰	۰/۴۸۱۲	۰	۰	۵۰	۰	۸۲	۰	۰/۲۲۱۴	۱۳	۰

با مشخص‌شدن اختلاف‌های صحیح شاخص‌های اولیه واحدهای ناکارا ۳ و ۵ با شاخص‌های استاندارد، می‌توان شاخص‌های این واحدها را اصلاح کرد تا به واحدهای کارا تبدیل شوند؛ یعنی از ورودی‌ها و خروجی‌های اولیه واحدها ۳ و ۵ را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که اختلاف آنها با ورودی و خروجی‌های استاندارد مطابق با جدول ۶ باشد. در بقیه واحدها به دلیل کارا بودن اصلاحیه‌ای صورت نمی‌گیرد. این تغیرات در جدول ۷ قابل رویت می‌باشد.

جدول ۷. اصلاح ورودی و خروجی‌های واحدهای ۳ و ۵.

	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق	نوار مات	نوار براق
	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶	۲×۲۰	۲×۲۰	۲×۳۶	۲×۳۶
DMU	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
۱	۵۴۰۰	۳۵۰۰	۲۲۰۰	۱۸۰۰	۵۵۰۰	۳۳۰۱	۲۳۹۲	۱۲۶۹
۲	۹۴۰۰	۴۷۰۰	۳۰۰۰	۱۹۰۰	۵۵۱۲	۳۳۰۷	۲۵۱۳	۱۲۶۶
۳	۵۹۰۰	۳۹۰۰	۲۷۰۰	۱۲۰۰	۵۴۷۷	۳۱۹۷	۲۵۳۷	۱۲۴۷
۴	۶۷۰۰	۴۲۰۰	۲۵۰۰	۱۰۰۰	۵۴۹۳	۳۳۰۶	۲۳۹۹	۱۲۸۹
۵	۶۱۶۸	۳۵۹۳	۲۵۰۰	۱۲۴۸	۵۳۷۲	۳۱۹۱	۲۴۸۴	۱۲۴۸

برای انجام مقایسه عملکرد روش پیشنهادی، از دو مدل SORM و SORM اصلاح‌شده که در بخش قبل به صورت مختصر توضیح داده شدند، استفاده می‌کنیم. مثال را با استفاده از مدل SORM حل کنیم نتایج طبق جدول ۸ حاصل می‌شوند.

جدول ۸. نتایج به‌دست آمده با استفاده از مدل SORM.

DMU	$\overline{X_1}$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_3}$	$\overline{X_4}$	$\overline{Y_1}$	$\overline{Y_2}$	$\overline{Y_3}$	$\overline{Y_4}$	کارایی
۱	-۶	۱	-۳	۶	۸۰	۲۸	-۹۹	۳۴	۱
۲	۳۴	۱۳	۵	۷	۹۲	۳۴	۲۲	۳۱	۱
۳	-۱	۵	۲	۲	۵۷	-۷۶	۳۶	-۱۲	۱
۴	۷	۸	۰	-۲	۷۳	۳۳	-۹۲	۵۴	۱
۵	۲۶	۵	۶	۴	۰/۲۸۶	۴۵/۴۳	-۱۰۱/۳	-۲۸۶/۵	۰/۲۸۶

همان‌گونه که در جدول ۸ مشاهده می‌شود، واحد ۵ ناکارا و مقادیر خروجی آن به جای این که افزایش پیدا

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

کنند، کاهش یافته‌اند؛ این یعنی که اختلاف خروجی‌های اولیه در این واحد با خروجی‌های استاندار بیشترشده است. پس مدل SORM جهت بررسی کارایی و سپس انجام بهبود واحد های ناکارا در این حالت مناسب نیست و به همین منظور مدل اصلاح‌شده SORM را برای تعیین کارایی واحدها اجرا نمودیم که بر آن اساس نتایج جدول ۸ به صورت جدول ۹ اصلاح می‌گردند.

جدول ۹. نتایج به‌دست آمده برای با استفاده از مدل اصلاح‌شده SORM.

DMU	$\overline{X_1}$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_3}$	$\overline{X_4}$	$\overline{Y_1}$	$\overline{Y_2}$	$\overline{Y_3}$	$\overline{Y_4}$	کارایی
۱	-۶	۱	-۳	۶	۸۰	۲۸	-۹۹	۳۴	۱
۲	۳۴	۱۳	۵	۷	۹۲	۳۴	۲۲	۳۱	۱
۳	-۱	۵	۲	۲	۵۷	-۷۶	۳۶	-۱۲	۱
۴	۷	۸	۰	-۲	۷۳	۳۳	-۹۲	۵۴	۱
۵	۲۶	۵	۶	۴	-۵۰	-۸۲	-۲۹	۱۳	۱

با توجه به نتایج به‌دست آمده در جدول ۹، عملا این نتایج تغییری نسبت به داده‌های جدول مقایسه ای ۳ ندارد، اما در ارزیابی انجام‌شده با استفاده از مدل اصلاح‌شده SORM واحد ۵ که در مدل SORM ناکارا بود، به یک واحد کارا تبدیل شده است؛ حال با این تفاسیر هر ۵ واحد کارا هستند. ولی همان‌گونه که مشاهده کردید در مدل پیشنهادی ارایه‌شده مقدار کارایی واحدها با دقت بیشتری محاسبه شد و همچنین نتایج به‌دست آمده در مقایسه با مدل های SORM و مدل اصلاح‌شده SORM واقع بینانه‌تر می‌باشد. همچنین دیگر نیاز به حل دو مدل نبوده و با حل یک مدل، میزان کاهش و یا افزایش شاخص‌ها مشخص می‌گردد.

٦ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در جوامع امروزی مدیران و صاحب‌نظران دوست دارند سازمان تحت مدیریت خود را بر اساس شاخص‌های استاندارد مورد نظر مقایسه کنند تا بتوانند بر اساس آن سازمان را حدممکن به شاخص‌های استاندارد نزدیک‌تر کنند. در این مقایسه بعضی از شاخص‌ها بالاتر از حد استاندارد و بعضی از آنها پایین‌تر از حد استاندارد است، در این خصوص ارزیابی عملکرد واحدها بر اساس اختلاف شاخص‌های آنها تا شاخص‌های واحد استاندارد صورت می‌گیرد. براساس این نیاز در این مقاله روشی را ارایه کردیم که این مقایسه را به‌نحوی انجام می‌دهد. در روش پیشنهادی از مدل راسل [۱۷] استفاده شد با این تفاوت که در مدل راسل باید شاخص‌ها (ورودی و خروجی‌ها) همه نامنفی باشند؛ ولی با توجه به این که ممکن است در مقایسه صورت گرفته با شاخص‌های استاندارد داده‌های منفی حاصل شوند، لذا اقدام به ارایه راهکاری جهت تبدیل داده‌های منفی به مثبت و سپس بر مبنای نتایج حاصل در نهایت با اعمال تغییری در مدل راسل، مساله‌ای حاصل گردید که از آن مقایسه و ارزیابی واحد مورد نظر صورت می‌گیرد. روش پیشنهادی بر یک مثال واقعی از متشکل از پنج واحد یک کارخانه واقع در شهرک بزرگ صنعتی شیراز پیاده‌سازی شد. در این مثال برای ارزیابی و مقایسه لازم با شاخص‌های استاندارد ممکن است با

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]

داده‌های منفی روبه‌رو شویم، بر این اساس راهکاری جهت تبدیل آنها به داده‌های متناظر مثبت ارایه گردید. نتایج حاصل از این مثال در مقایسه با روش‌های SORM و SORM اصلاح‌شده نشان از صحت و توانایی روش ارایه شده دارد. روش معرفی‌شده، مقدار کارایی دقیق‌تری نسبت به مدل‌های ارایه‌شده برای شاخص‌های منفی را ارایه می‌دهد؛ همچنین مقادیر دقیق‌تری از اضافه یا کمبود شاخص‌های واحدهای ناکارا به‌دست می‌آید و برای هر دو دسته ازمدل‌های بازده به مقیاس ثابت و متغیر قابل استفاده است. روش ارایه‌شده را می‌توان برای داده‌های فازی و همچنین برای واحدهای با ساختار شبکه ارایه داد.

منابع

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. European Journal of Operational Research, 2(6), 429-44.

[2] Banker, R. D., Charnes, R. F., Cooper, w. w., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30(9), 1078-92.

[3] Cooper, W., Seiford, M., Tone, K., (2007). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software. Springer Science Business Media, LLC.

[4] Maxwell, L. E., (2016). School building condition, social climate, student attendance and academic achievement: A mediation model. Journal of Environmental Psychology, 46, 206–216.

[5] Seiford, L. M., Zhu, J., (2002). Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. European Journal of Operational Research, 142, (1), 16-20.

[6] Portela, S., Thanassoulis, E., Simpson, G., (2006). Negative data in DEA: A directional distance function approach to bank branches. Journal of Operations Research Society, 55 , 1111-21.

[7] Sharp, J. A., Meng, W., Liu, W., (2007). A modified slack –based measure modle for data envelopment analysis with natural negative outputs and inputs. Journal of Operations Research Society, 58, 1672-77.

[8] Asmild, M., Pastor, J. T., (2010). Slack free MEA and RDM with comprehensive efficiency measures, OMEGA, 475-83.

[9] Mohamadinasab, S.S., Kazemimatin, R., (2016). MEA model in performance evaluation with negative data. Journal of Operational Research in Its Applications, 12(1), 113-125. In Persian.

[10] Khoveyni, M., Eslami, R., Yang, G., (2017). Negative data in DEA: Recognizing congestion and specifying the least and the most congested decision-making units. Computers & Operations Research 79, 39-48.

[11] Lin, R., Chen, Z., (2017). A directional distance based super-efficiency DEA model handling negative data. Journal of the Operational Research Society, 68, 1312–22.

[12] Soltanifar, M., Sharafi, H., (2022). A modified DEA cross efficiency method with negative data and its application in supplier selection. Journal of Combinatorial Optimization, 43, 265–96.

[13] Bansal, P., Mehra, A., (2022). Integrated dynamic interval data envelopment analysis in the presence of integer and negative data. 18(2), 1339-63.

[14] Kazemimatin, R., Salehi, L., (2014). A modified bounded model related to negative data. Journal of Operational Research in Its Applications, 10(4), 127- 137. In Persian.

[15] Emrouznejad, A., Amin, GR., Thanassoulis, E., Anouze, A.L., (2010). On the boundness of the SORM DEA models with negative data. European Journal of Operational Research, 206, 265-68.

[16] Matin, R.K., Amin, G.R., Emrouznejad, A., (2014). A modified semi oriented radial measure for target setting with negative data. Measurement, 54, 152-58.

[17] Russell, R.R., (1985). Measures of technical efficiency. Journal of Economic Theory, 35, 109-26.

[18] Charnes, A., and Cooper, W.W., (1962). Programming with linear fractional functionals. Naval Research Logistics Quarterly, 9, 181-86.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2137]