

ارایه روشی نوین از الگوریتم میدان الکترومغناطیس با الهام از نظریه کوانتوم برای حل مسایل بهینه‌سازی تک‌هدفه ایستا

عطااله تقدسی^۱، محمدعلی افشار کاظمی^{۲*}، آرش شریفی^۳، محمدعلی کرامتی^۴، امیر دانشور^۵

۱- دانشجوی دکتری، گروه مدیریت فن آوری اطلاعات، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲- استاد، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳- استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۴- دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۵- استادیار، گروه مدیریت فن آوری اطلاعات، واحد الکترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۵ بهمن ۱۴۰۰

پذیرش مقاله: ۲۲ تیر ۱۴۰۱

چکیده

در این پژوهش، روشی نوین از الگوریتم میدان الکترومغناطیس با الهام از نظریه کوانتوم، برای حل مسایل بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. الگوریتم میدان الکترومغناطیس، سازوکار جذب و دفع بین ذرات الکترومغناطیس را که دارای قطب‌های مختلف هستند، شبیه‌سازی می‌کند. ایده اصلی این الگوریتم، هدایت ذرات الکترومغناطیسی به سمت بهینه سراسری توسط نیروهای جاذبه و دافعه و نسبت طلایی است. در الگوریتم پیشنهادی، با الهام از مفاهیم کوانتوم و راهبرد بار آزمون، تغییراتی در الگوریتم پایه، ایجاد شده که منجر به بهبود عملکرد این الگوریتم شده است. در الگوریتم پیشنهادی از مفهوم کیوبیت استفاده شده است و بخشی از ذرات، تحت تاثیر جهشی با استفاده از یک دروازه کوانتومی قرار گرفته‌اند. نتایج آزمایش بر روی ۱۰ تابع محک معیار متنوع، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی، دارای عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم پایه و سایر الگوریتم‌های مطرح شده می‌باشد.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی تک‌هدفه ایستا، الگوریتم فرایافتاری، الگوریتم میدان الکترومغناطیس، نظریه کوانتوم.

۱ مقدمه

تصمیم‌گیری مقوله‌ای مهم است که با حل مسایل و تجزیه و تحلیل داده‌ها و به کار بستن روش‌های تحلیلی پیشرفته همراه می‌باشد. برای حل مسایل، به‌طور معمول به دنبال بهترین راه‌حل هستیم که به این امر بهینه‌یابی یا بهینه‌سازی گفته می‌شود.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: dr.mafshar@gmail.com

بهینه‌سازی در بسیاری از فعالیت‌های تجاری و طرح‌های صنعتی از اهمیت بالایی برخوردار است. اهداف بهینه‌سازی می‌تواند به حداقل رساندن مصرف انرژی، هزینه‌ها و به حداکثر رساندن سود، عملکرد و پایداری باشد. از آنجا که منابع در برنامه‌های واقعی همیشه محدود است، بنابراین باید راه‌حل‌هایی برای استفاده بهینه از این منابع ارزشمند در محدودیت‌های مختلف پیدا شود. از آنجا که بیشتر برنامه‌های کاربردی غیرخطی هستند، برای مقابله با آنها به ابزارهای پیشرفته بهینه‌سازی نیاز است. امروزه، شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای با الگوریتم‌های جستجوی کارآمد، به ابزاری ضروری برای حل چنین مشکلات بهینه‌سازی تبدیل می‌شوند [۱].

بهینه‌سازی، اجزای متعددی مانند متغیرهای تصمیم‌گیری، محدودیت‌ها و اهداف را در بر می‌گیرد. متغیرها مهم‌ترین عوامل تصمیم‌گیری در نتیجه‌ای هستند که توسط بهینه‌سازی تولید می‌شود و محدودیت‌ها شرایط خاصی هستند که بر اساس آن، بهینه‌سازی به هدف مورد نظر خود دست می‌یابد [۲].

روش‌های بهینه‌سازی انواع مختلفی دارند که روش‌های فراابتکاری یکی از مهم‌ترین آن‌ها می‌باشد. الگوریتم‌های فراابتکاری با الهام از یک پدیده طبیعی مانند زندگی پرندگان، کلونی مورچه‌ها، سیستم ایمنی بدن و غیره، به صورت هوشمندانه، به جای جستجوی کل فضای مساله، تنها به پیمایش بخشی از فضا که احتمال وجود یک پاسخ مطلوب، بیشتر می‌باشد، می‌پردازند. از الگوریتم‌های مطرح‌شده فراابتکاری، می‌توان الگوریتم‌های ژنتیک [۳]، ازدحام ذرات [۴] و نمونه اصلاحی مورچگان [۵] را نام برد. در این میان یکی از الگوریتم‌هایی که در سال‌های اخیر ارایه شده، الگوریتم میدان الکترومغناطیس (EFO^۱) [۶] می‌باشد.

عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی، همیشه موضوعی مساله برانگیز بوده است. چراکه با عواملی مانند پیچیده‌تر شدن مسایل بهینه‌سازی، بهبود در عملکرد یک الگوریتم بهینه‌سازی، می‌تواند مزایایی مانند جلوگیری از افتادن در دام‌های محلی، جستجوی بهتر فضای مساله و غیره را برای ما به همراه داشته باشد. به همین جهت بسیاری از پژوهش‌ها در حوزه بهینه‌سازی، بر روی بهبود عملکرد الگوریتم‌ها متمرکز شده است. در این بین می‌توان به روش‌هایی مانند ترکیب الگوریتم‌ها با هم به منظور رفع برخی از کاستی‌ها، بهبود تعیین پارامترها و عملگرهای الگوریتم مانند روشی که در [۷] پیشنهاد شده است، و استفاده از رویکردهای برگرفته از مفاهیم مکانیک کوانتومی در الگوریتم پایه، اشاره نمود.

مکانیک کوانتومی شاخه‌ای از فیزیک است که از یک فضای برداری مجرد به نام فضای حالت برای توصیف یک سیستم کوانتومی استفاده می‌کند. محاسبات کوانتومی، می‌تواند به عنوان رویکردی برای حل مسایل پیچیده، سریع‌تر از کامپیوترهای کلاسیک تعریف شود [۸]. محاسبات کوانتومی قابلیت‌های جالب توجهی را برای پردازش اطلاعات به ارمغان می‌آورد. در واقع، هر نظریه فیزیکی ممکن است به عنوان پایه‌ای برای نظریه پردازش اطلاعات، مورد استفاده قرار گیرد و روزی به دستگاه‌های پردازش اطلاعات با قابلیت‌هایی فراتر از سیستم‌های محاسباتی امروز منجر شود [۹]. محاسبات کوانتومی از مفهومی با نام بیت کوانتومی یا به اختصار کیوبیت استفاده می‌کند. بر خلاف بیت که تنها می‌تواند ۰ یا ۱ باشد، یک کیوبیت می‌تواند در حالتی باشد که هر

¹ Electromagnetic Field Optimization

دو را در یک زمان شامل شود. این توانایی برای قرار گرفتن در تمام حالات دودویی ممکن در یک زمان، قدرت محاسباتی را افزایش می‌دهد [۱۰].

تا کنون پژوهش‌های زیادی بر بالابردن کارایی و بهبود عملکرد الگوریتم میدان الکترومغناطیس متمرکز بوده است. به عنوان مثال در [۱۱]، یک نسخه بهبودیافته از EFO با نام بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی بهبودیافته ($iEFO^1$) معرفی شده است. $iEFO$ متمایز از EFO، دارای دو تغییر جدید است که یکی تولید پاسخ جدید برای الکترومغناطیس‌ها و دیگری کنترل تطبیقی عامل‌های الگوریتمی می‌باشد. غیر از این پیشرفت‌های عمده، روش‌های کنترل مرز و تصادفی برای الکترومغناطیس‌های تازه تولیدشده، اصلاح می‌شوند. در مطالعات محاسباتی، عملکرد $iEFO$ در برابر EFO، الگوریتم‌های الهام گرفته از فیزیک و الگوریتم‌های پیشرفته، مورد آزمایش قرار گرفته و نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی $iEFO$ عملکرد بهتری را نسبت به EFO و سایر الگوریتم‌های رقیب، ارایه می‌دهد.

به عنوان مثالی دیگر در [۱۲]، یک نوع تطبیقی از الگوریتم بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی، به نام EFO تطبیقی ($AEFO^2$)، معرفی شده که بر خلاف EFO، $AEFO$ با یک روش جستجوی انطباقی، فضای پاسخ را جستجو می‌کند. در راهبرد جستجوی تطبیقی، احتمال انتخاب راه‌حل بهتر از نظر سازگاری افزایش می‌یابد در حالی که احتمال انتخاب راه‌حل‌های بدتر در کل پیشرفت جستجو کاهش می‌یابد. با استفاده از راهبرد انطباقی، $AEFO$ قادر است تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری را به طور بهتری حفظ کند. همچنین، روش‌های کنترل مرزی و تصادفی جدید برای الکترومغناطیس‌های نامزد نشان داده شده است. نتایج آزمایش نشان می‌دهد که $AEFO$ از الگوریتم‌های رقیب بهتر عمل می‌کند.

در پژوهش [۱۳]، روش مؤثری از الگوریتم بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی بر اساس یک معیار آنتروپی فازی و یک استراتژی آشوب جدید پیشنهاد شده است. نگاشت‌های آشوب، به دلیل رفتار پویایی که دارند می‌توانند الگوریتم‌های بهینه‌سازی را در کاوش بهینه سراسری در فضای جستجو بهبود بخشند. نگاشت آشوب جدید استفاده شده، دارای توزیع مقارن‌تری نسبت به نگاشت لجستیک بوده و توانسته است عملکرد کلی الگوریتم را بهبود بخشد. مجموعه‌ای از آزمایش‌ها توانسته است عملکرد خوب روش پیشنهادی را نشان دهد. در [۱۴]، یک نسخه اصلاح شده از الگوریتم بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی پیشنهاد شده است که به آن $MEFO^3$ گفته می‌شود. در $MEFO$ نیروی هر ذره با استفاده از یک عدد تصادفی از توزیع نرمال با مؤلفه‌های میانگین و انحراف استاندارد تولید می‌شود. نتایج به‌دست آمده از $MEFO$ و EFO اولیه و تعدادی از الگوریتم‌های شناخته شده، اثربخشی $MEFO$ برای به حداقل رساندن زمان عملیاتی رله در مساله مربوطه را نشان می‌دهد. در زمینه کاربرد نیز به عنوان مثال در پژوهش [۱۵]، الگوریتم خوشه‌بندی الکترومغناطیسی ($ELMC^4$) را که گونه‌ای پیشرفته از بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی است، برای خوشه‌بندی معرفی می‌کند. $ELMC$ با بهره‌گیری از

¹ Improved Electromagnetic Field Optimization

² Adaptive Electromagnetic Field Optimization

³ Modified Electromagnetic Field Optimization

⁴ Electromagnetic Clustering

مفهوم جاذبه و دافعه الگوریتم EFO برای حفظ تنوع جمعیت، انتخاب ناکارآمد مراکز خوشه را کاهش می‌دهد. بررسی نتایج عملکرد ELMC بر روی مجموعه‌ای از مسایل معیار و اعتبار سنجی آن و مقایسه با الگوریتم‌های دیگر، صلاحیت الگوریتم پیشنهادی را نشان داده است.

همان‌طور که پیش‌تر نیز اشاره شد، یکی از روش‌های بهبود عملکرد، استفاده از رویکردهای برگرفته از مفاهیم کوانتوم است. به عنوان مثال در [۱۶] که یک الگوریتم ژنتیک الهام گرفته از کوانتوم را پیشنهاد کرده است، کروموزوم‌ها در کیوبیت، کدگذاری و از دروازه چرخش کوانتومی استفاده شده است. نتایج، عملکرد و کارایی بالاتر الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم ژنتیک کلاسیک را نشان داده است. به عنوان مثالی دیگر که توسط ونگا و همکاران در [۱۷] انجام شده است، نسخه‌ای از الگوریتم ازدحام ذرات، بر اساس زاویه کوانتومی به‌روزرسانی زوایای کوانتومی با استفاده از بهینه‌سازی ازدحام ذرات، معرفی شده و نتایج، عملکرد بهتر این الگوریتم را نسبت به الگوریتم‌های مورد مقایسه نشان داده است. سان و همکاران نیز در [۱۸]، راهبرد جدیدی را مبتنی بر مکانیک کوانتومی پیشنهاد کرده‌اند. آنها با الهام از تجزیه و تحلیل همگرایی PSO، یک ذره منفرد از سیستم PSO را که در یک فضای چند بعدی کوانتومی حرکت می‌کند، مطالعه کردند و یک مدل چاه پتانسیل دلتا کوانتومی برای PSO ایجاد نمودند. پس از آن، یک روش کنترل پارامتر را برای آن پیشنهاد دادند. نتایج آزمایش، برتری الگوریتم ازدحام ذرات با رفتار کوانتومی (QPSO) را نسبت به PSO متداول نشان داده است.

آنچه به‌عنوان پیشینه‌ی تجربی پژوهش بیان شد، برخی از نسخه‌های بهبودیافته‌ی الگوریتم پایه و همچنین برخی از رویکردهای برگرفته از مفاهیم کوانتومی جهت بهبود عملکرد الگوریتم‌ها را شامل می‌شود. هرچند خاستگاه الگوریتم EFO در پدیده‌های علم فیزیک است، اما تا کنون از رویکردهای فیزیک کوانتومی جهت بهبود عملکرد، بهره نبرده است. لذا با توجه به پیشینه‌ی تجربی بیان‌شده و دغدغه‌ی بهبود عملکرد، پژوهش حاضر، بر روی بهبود عملکرد الگوریتم میدان الکترومغناطیس با استفاده از رویکردهای ملهم از نظریه کوانتوم و مقایسه نتایج حاصل، با الگوریتم پایه (EFO) و نسخه‌های بهبودیافته و بیان‌شده‌ی این الگوریتم با نام‌های iEFO، AEFO و MEFO، و الگوریتم‌های ژنتیک (GA)، ازدحام ذرات (PSO) و ازدحام ذرات با رفتار کوانتومی (QPSO)، متمرکز شده است. در الگوریتم پیشنهادی، ذره‌ای بسیار کوچک با بار منفی به نام بار آزمون معرفی گردیده است که موقعیت فضایی آن با استفاده از مرکز بارهای مثبت و مرکز فضا، تعیین می‌گردد. با الهام از مدل چاه پتانسیل دلتا کوانتومی و سیر غیرخطی ذرات با رفتار کوانتومی در [۱۸] و همچنین برهم‌کنش بار آزمون معرفی شده با مراکز بار مثبت و منفی، موقعیت ذرات جدید تعیین می‌شود که می‌تواند جستجوی بهتری را در فضای مساله رقم زند. سهم دیگری که این پژوهش در طراحی الگوریتم پیشنهادی داشته است، معرفی یک جهش با استفاده از دروازه کوانتومی هادامارد برای بهبود تنوع جمعیت در الگوریتم پیشنهادی است.

در ادامه، در بخش دوم، الگوریتم میدان الکترومغناطیس پایه تشریح خواهد شد. در بخش سوم، الگوریتم پیشنهادی و رویکردهای به‌کار رفته مطرح خواهد شد. در بخش چهارم، شبیه‌سازی و نتایج حاصل از آزمایش، مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت و در پایان، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه خواهد شد.

۲ الگوریتم میدان الکترومغناطیس

الگوریتم بهینه‌سازی میدان الکترومغناطیسی یک الگوریتم فرایافتاری الهام گرفته از فیزیک می‌باشد که از رفتار الکترومغناطیس‌ها با قطبیت مختلف الهام گرفته شده و از یک نسبت الهام گرفته از طبیعت، معروف به نسبت طلایی، بهره می‌برد. در این الگوریتم، یک راه‌حل ممکن، یک ذره الکترومغناطیسی است و تعداد الکترومغناطیس‌ها، توسط تعداد متغیرهای مساله بهینه‌سازی تعیین می‌شود. EFO یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت است که در آن جمعیت به سه قسمت مثبت (مثبت، منفی و خنثی) تقسیم می‌شود. نیروهای جاذبه و دافعه در میان ذرات این سه میدان، ذرات را به سمت حداقل‌های جهانی هدایت می‌کنند. نسبت طلایی، نسبت بین نیروهای جذب و دافعه را برای کمک به همگرایی سریع و مؤثر ذرات تعیین می‌کند [۶].

در مقایسه با آهنربای ثابت، آهنربای مغناطیسی دارای قطبیت منفرد است که با جهت جریان الکتریکی تعیین می‌شود. دو نیروی جذب و دفع در میان الکترومغناطیس‌ها وجود دارد. الکترومغناطیس‌ها با قطبیت یکسان، یکدیگر را دفع، و آن‌هایی که قطبیت مخالف دارند، یکدیگر را جذب می‌کنند. الگوریتم مذکور از این مفاهیم استفاده می‌کند و نسبت طلایی، جایگزین نسبت بین نیروهای جاذبه و دافعه می‌شود. این کار به ذرات کمک می‌کند تا به اندازه کافی فضای جستجوی مساله را بررسی کرده و یک راه‌حل زیربهینه پیدا کنند [۶].

این الگوریتم مبتنی بر جمعیت است و هر بردار پاسخ توسط یک گروه از الکترومغناطیس‌ها نمایش داده می‌شود. تعداد الکترومغناطیس‌های یک ذره، با تعداد متغیرهای مساله تعیین می‌شود و همه‌ی الکترومغناطیس‌های یک ذره الکترومغناطیسی، قطبیت یکسانی دارند. با این حال، هر الکترومغناطیس می‌تواند یک نیروی جاذبه یا دافعه روی الکترومغناطیس‌های هم‌تا، اعمال کند که متناظر با همان متغیر مساله بهینه‌سازی می‌باشد [۶].

در این الگوریتم، ابتدا، یک جمعیت از ذرات الکترومغناطیسی به‌طور تصادفی تولید و برازش هر ذره ارزیابی می‌شود. سپس ذرات با توجه به برازش آن‌ها، مرتب و به سه گروه تقسیم می‌شوند. گروه اول، میدان مثبت نامیده می‌شود و از ذرات الکترومغناطیسی با بیشترین برازش و قطبیت مثبت تشکیل می‌شود. گروه دوم، میدان منفی نامیده می‌شود و از ذرات الکترومغناطیسی با کم‌ترین برازش و قطبیت منفی تشکیل می‌شود و ذرات مغناطیسی باقیمانده یک گروه به نام میدان خنثی تشکیل می‌دهند که قطبیت منفی و نزدیک به صفر دارند. شکل ۱، جهت نیرو بین الکترومغناطیس‌ها را نشان می‌دهد [۶].



شکل ۱. جهت نیرو بین الکترومغناطیس‌ها

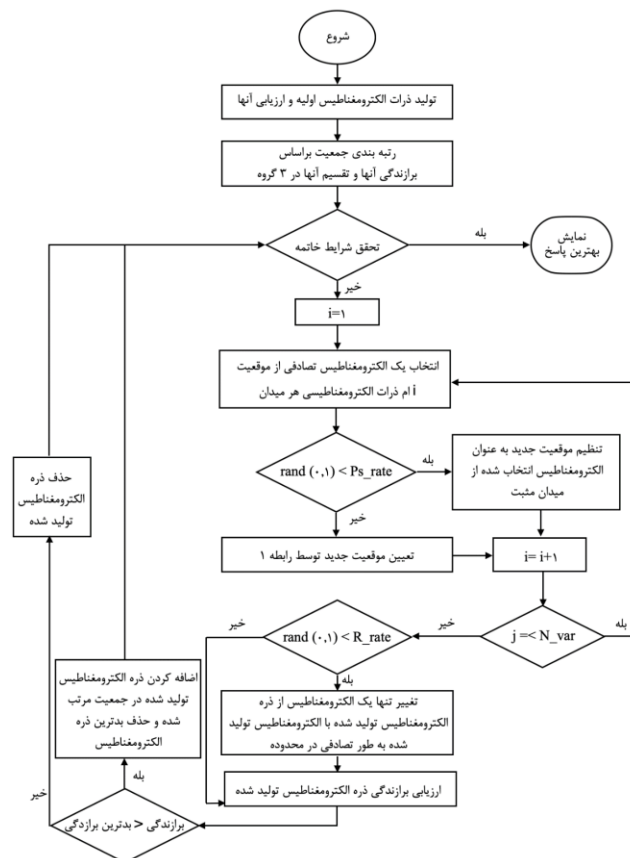
در هر تکرار الگوریتم، یک ذره جدید تولید و توسط تابع برازش ارزیابی می‌شود. اگر ذره تولید شده مناسب‌تر از بدترین ذره در جمعیت باشد، طبق برازش خود، وارد جمعیت شده و قطبیتی براساس موقعیت خود در

جمعیت به دست آورده و بدترین ذرات از بین خواهند رفت. این فرآیند تا زمانی که شرایط خاتمه محقق شود ادامه می یابد. وجود هم زمان دو نیروی متضاد در میدان الکترومغناطیس و این حقیقت که راه حل جدید، با فاصله گرفتن از راه حل های بد و نزدیک تر شدن به راه حل های خوب ایجاد می شود، منجر به جستجوی مؤثر و هم گرایی سریع می شود. با این حال، برای حفظ تنوع و اجتناب از حداقل های محلی، تصادفی بودن، بخشی ضروری از این الگوریتم است. بنابراین برای برخی از ذرات تولید شده، تنها یکی از الکترومغناطیس ها با یک الکترومغناطیس تصادفی تولید شده تغییر می کند [۶].

برای ایجاد راهبرد جستجو در این الگوریتم، یک الکترومغناطیس انتخابی به طور تصادفی از میدان خنثی، با الکترومغناطیس انتخاب شده از میدان مثبت (جذب) و میدان منفی (دفع) برای تعیین موقعیت الکترومغناطیس تولید شده تحت تاثیر قرار می گیرد و موقعیت جدید به صورت رابطه ی (۱) محاسبه می شود:

$$EMP_j^{New} = EMP_j^{K_j} + \left((\phi * r) * (EMP_j^{P_j} - EMP_j^{K_j}) \right) - \left(r * (EMP_j^{N_j} - EMP_j^{K_j}) \right) \quad (1)$$

که در آن EMP ذره الکترومغناطیسی است. r مقدار تصادفی بین ۰ و ۱ است. j شاخص متغیر است. K شاخص تصادفی میدان خنثی (تولید شده برای هر الکترومغناطیس از ذره تولید شده) است. P شاخص تصادفی میدان مثبت (تولید شده برای هر الکترومغناطیس از ذره تولید شده) و N شاخص تصادفی میدان منفی است [۶].



شکل ۲. روندنمای الگوریتم میدان الکترومغناطیس [۶]

جریان کلی الگوریتم میدان الکترومغناطیس، در شکل ۲، نمایش داده شده است. Ps_rate احتمال انتخاب الکترومغناطیس‌ها از ذره الکترومغناطیسی تولید شده از الکترومغناطیس‌های میدان مثبت، بدون تغییر آنها است. R_rate احتمال تعویض یک الکترومغناطیس از ذره الکترومغناطیسی تولید شده با یک الکترومغناطیس تولید شده به طور تصادفی است و N_Var تعداد متغیرهای مساله می باشد [۶].

۳ الگوریتم میدان الکترومغناطیس ملهم از کوانتوم

در مکانیک کوانتومی وضعیت ذره، با تابع موج ψ نمایش داده می‌شود. معادله شرودینگر برای تعریف وضعیت ذره در طول زمان به صورت رابطه‌ی (۲) تعریف می‌شود.

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x,t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right) \psi(x,t) \quad (2)$$

با رجوع به نتایج به دست آمده از پژوهش [۱۸]، انرژی پتانسیل ذره در چاه پتانسیل دلتا یک بعدی به صورت رابطه‌ی (۳) و موقعیت هر ذره طبق رابطه‌ی (۴) می‌باشد. نقطه‌ی P مرکز چاه پتانسیل و L طول چاه پتانسیل می‌باشد که ذرات در آن در نظر گرفته شده‌اند و به صورت رابطه‌ی (۵)، فرمول‌بندی شده است.

$$V(x) = -\gamma * \delta(x - p) \quad (3)$$

$$x = p \pm \frac{L}{\gamma} \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (4)$$

$$L(t) = \frac{1}{g} * |X_k(t) - P| \quad (5)$$

پس موقعیت هر ذره طبق رابطه‌ی (۶)، معین می‌شود.

$$X_{i,j}(t+1) = P_{i,j}(t) \pm \beta * |P_{i,j}(t) - X_{i,j}(t)| * \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (6)$$

در راهبرد ارایه شده در الگوریتم پیشنهادی، ذره‌ای بسیار کوچک با بار منفی به نام بار آزمون T ، معرفی شده که در نقطه X^T قرار می‌گیرد. موقعیت فضایی X^T ، با استفاده از مراکز بارهای مثبت و مرکز فضا، طبق رابطه‌ی (۷) تعیین می‌گردد. بار آزمون T ، به نقاط قرینه مراکز بار مثبت نسبت به فضا، اجازه می‌دهد تا در تعیین موقعیت‌های جدید، نقش ایفا نمایند. جهت تولید ذرات جدید، بار آزمون معرفی شده، در برهم کنش با مراکز بار مثبت و منفی قرار می‌گیرد. موقعیت فضایی مراکز بار مثبت و منفی با نام P و N ، طبق روابط (۸) و (۹)، تعریف می‌شوند.

$$X_j^T = C_j - P_j \quad (7)$$

$$P(j) = \left(\frac{1}{P_field * M} \sum_{i=1}^{P_field * M} EMP_i^{P_j} \right) \quad (8)$$

$$N(j) = \left(\frac{1}{N_field * M} \sum_{i=1}^{N_field * M} EMP_i^{N_j} \right) \quad (9)$$

که M ، اندازه جمعیت، P_field نسبت ذرات با بار مثبت و N_field نسبت ذرات با بار منفی نسبت به کل ذرات می‌باشد. موقعیت ذره جدید الکترومغناطیس، با الهام از مدل چاه پتانسیل دلتا کوانتومی در [۱۸] و همچنین برهم کنش بار آزمون با مراکز بارهای مثبت و منفی و با توجه به مقدار احتمال Pg_rate ، طبق رابطه‌ی (۱۰)

مشخص می‌شود. که φ ، عددی تصادفی در بازه $(0, 1)$ و u ، عددی تصادفی در بازه $[0, 1]$ و g برابر با نسبت طلایی می‌باشد.

$$X_j^{New}(t) = X_j^T(t) + \left(\varphi * g * (P_j(t) - X_j^T(t)) - \varphi * (N_j(t) - X_j^T(t)) \right) \cdot \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (10)$$

در الگوریتم پیشنهادی، برای نمایش وضعیت ذرات، طبق رابطه‌ی (۱۱)، به جای بیت از کیویت استفاده شده که کوچک‌ترین واحد محاسبه، در محاسبات کوانتومی است و ممکن است ۰ یا ۱ و یا برهم نهشی از ۰ و ۱ باشد.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (11)$$

یک رشته کیویت به صورت $\begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_j \\ \beta_1 & \dots & \beta_j \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود که $|\alpha|$ احتمال ۰ بودن و $|\beta|$ احتمال ۱ بودن آن می‌باشد. از آنجا که α و β مقادیر بین ۰ و ۱ دارند می‌توان به جای آن‌ها از $\sin\theta$ و $\cos\theta$ استفاده کرد. در مرحله تولید اولیه ذرات، θ و x ، طبق روابط (۱۲) و (۱۳)، ایجاد می‌شوند که r ، عددی تصادفی در بازه $(0, 1)$ است.

$$x_n = x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) * r \quad (12)$$

$$\theta_n = 2\pi * r \quad (13)$$

در فرآیند جهش، وضعیت کیویت تغییر خواهد کرد. این جهش با اعمال عملگرهایی به نام دروازه‌های کوانتومی صورت می‌گیرد. در این پژوهش از یکی از دروازه‌های کوانتومی به نام هادامارد استفاده شده است که به صورت رابطه‌ی (۱۴) تعریف می‌شود.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

اثر این دروازه بر روی یک کیویت به صورت رابطه‌ی (۱۵) نشان داده شده است.

$$U_H \rightarrow |\psi\rangle : |0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{and} \quad |1\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad (15)$$

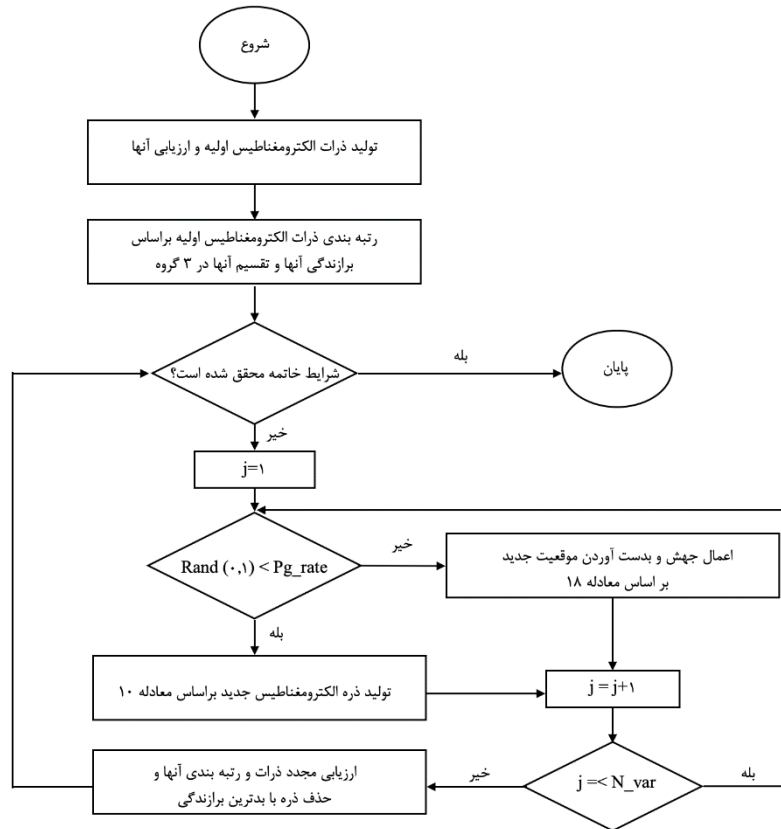
در این پژوهش با الهام از نظریه کوانتوم، ذره‌ای با نام w ، برای جهش معرفی شده که برهم نهشی از حالات مرکز بار مثبت (P) و یک ذره تصادفی از بین ذرات با بار مثبت (I_Pos) می‌باشد. پس از اثر دروازه‌ی هادامارد بر روی کیویت این بار آزمون، احتمالات جدید طبق روابط (۱۶) و (۱۷)، به دست می‌آید:

$$\sin\theta_j^w = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin\theta_j^{I_Pos}}{\sin\theta_j^{I_Pos} + \cos\theta_j^P} + \frac{\cos\theta_j^P}{\sin\theta_j^{I_Pos} + \cos\theta_j^P} \right) \quad (16)$$

$$\cos\theta_j^w = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin\theta_j^{I_Pos}}{\sin\theta_j^{I_Pos} + \cos\theta_j^P} - \frac{\cos\theta_j^P}{\sin\theta_j^{I_Pos} + \cos\theta_j^P} \right) \quad (17)$$

سپس موقعیت جدید، طبق رابطه‌ی (۱۸) به دست می‌آید و در نهایت، ذره جدید در ارزیابی و رتبه‌بندی شرکت کرده و ذره‌ای که بدترین برازندگی را دارد حذف می‌شود. این فرایند تا تحقق شرط خاتمه ادامه می‌یابد. شکل ۳، جریان کلی الگوریتم پیشنهادی را نمایش می‌دهد.

$$X_j^{New} = \frac{\sin \theta_j^w}{\sin \theta_j^w + \cos \theta_j^w} * X_j^{I-Pos} + \frac{\cos \theta_j^w}{\sin \theta_j^w + \cos \theta_j^w} * X_j^P \quad (18)$$



شکل ۳. روندنمای الگوریتم پیشنهادی

۴ شبیه سازی و نتایج

در این بخش، به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با سایر الگوریتم ها از طریق آزمایش و تحلیل آماری، ۳ مرحله آزمایش ترتیب داده شده است. الگوریتم های مورد مقایسه با الگوریتم پیشنهادی، شامل الگوریتم میدان الکترومغناطیس (EFO) و نسخه های بهبودیافته ی آن با نام های iEFO، AEFO و MEFO، و الگوریتم های ژنتیک (GA)، ازدحام ذرات (PSO) و ازدحام ذرات با رفتار کوانتومی (QPSO) بوده که به همراه پارامترهای مورد استفاده در هر کدام، در جدول ۱ ارایه گردیده است. همچنین در تمامی آزمایش ها از ۱۰ تابع محک معیار متداول و متنوع استفاده گردیده که رابطه ی ریاضی به همراه پاسخ بهینه آنها، در جدول ۲ ارایه گردیده است.

در مرحله اول، الگوریتم های مورد مقایسه، بر روی ۱۰ تابع محک معیار مورد استفاده با در نظر گرفتن ۱۰ متغیر تصمیم، اعمال شده اند. جهت افزایش اعتبار نتایج، هر آزمایش، ۲۰ مرتبه به صورت مستقل، اجرا گردیده و میانگین نتایج به همراه میزان انحراف معیار، در جدول ۳، ارایه شده است. در مرحله دوم، آزمایش ها با در نظر گرفتن ۳۰ متغیر تصمیم، انجام و میانگین نتایج حاصل از ۲۰ بار اجرای مستقل به همراه انحراف معیار، در جدول ۴، ارایه شده است. به همین شیوه، در مرحله سوم، آزمایش ها با در نظر گرفتن ۱۰۰ متغیر تصمیم، انجام و نتایج

مربوطه در جدول ۵ ارایه گردیده است. در جداول ۳ تا ۵، بهترین نتیجه برای هر مساله، پر رنگ شده است. شرط پایان پذیری هر بار اجرای مستقل الگوریتم، ارزیابی تابع هدف به تعداد ۱۰۰۰ مرتبه، در نظر گرفته شده است.

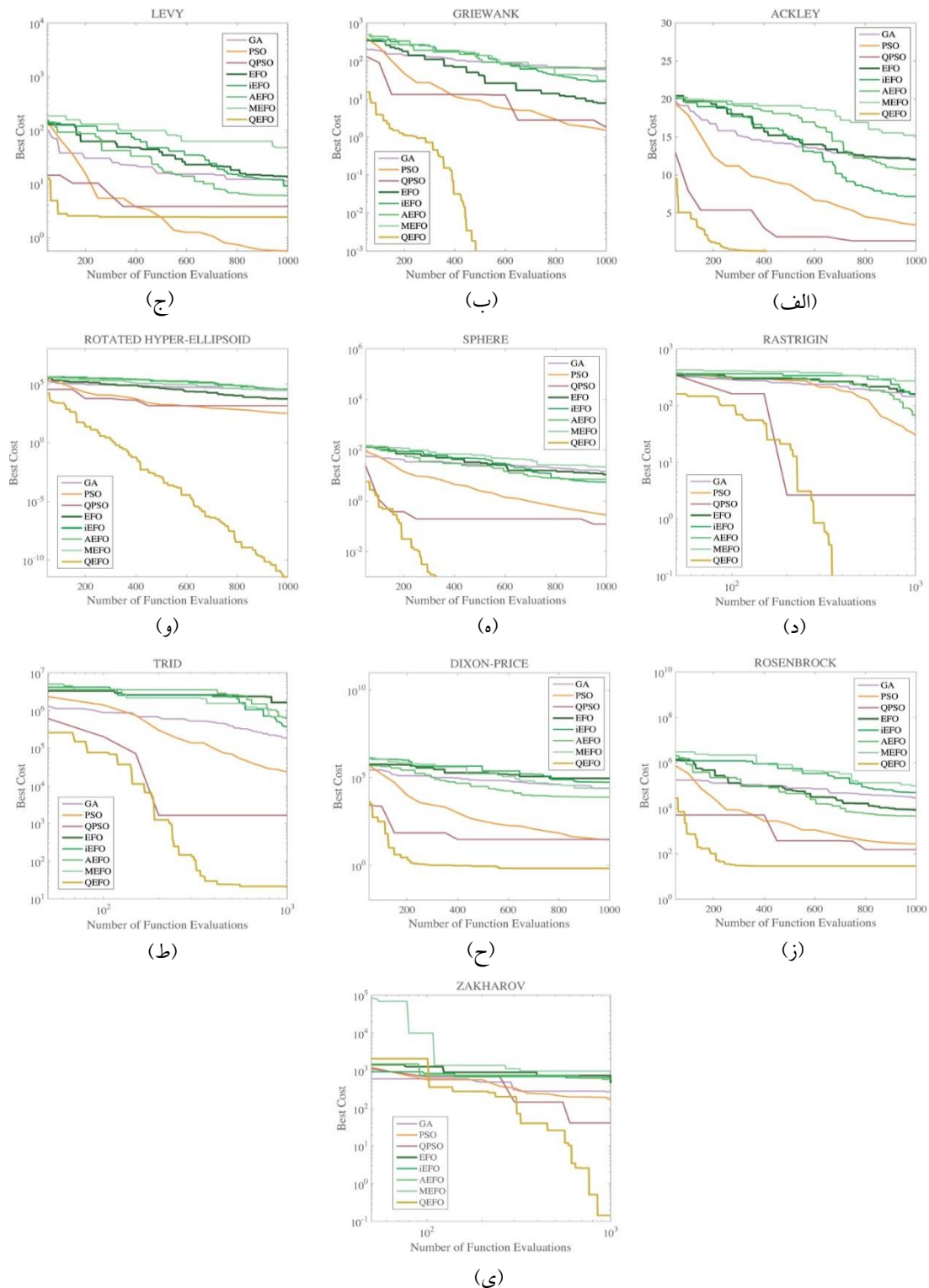
جدول ۱. پارامترهای به کار رفته در آزمایش‌ها در هر الگوریتم

Algorithm	Parameters
QEFO	$P_field = 0.1, N_field = 0.45, Pg_rate = 0.7, g=1.618, M = 50$
EFO	$P_field = 0.1, N_field = 0.45, Ps_rate = 0.2, R_rate = 0.3, g=1.618, nPop = 50$
iEFO	$P_field = 0.1, N_field = 0.45, Ps_{RMin} = 0.1, Ps_{RMax} = 0.8, R_{RMin} = 0.1, nPop = 50$
AEFO	$P_field = 0.1, N_field = 0.45, Ps_{RMin} = 0.1, Ps_{RMax} = 0.8, R_{RMin} = 0.1, nPop = 50$
MEFO	$P_field = 0.1, N_field = 0.45, Ps_rate = 0.2, R_rate = 0.3, g=1.618, nPop = 50$
QPSO	$C1 = 1.49, C2 = 1.49, nPop = 50$
PSO	$C1 = 1.49, C2 = 1.49, nPop = 50$
GA	$PM = 0.1, PC = 0.3, MU = 0.1, Beta = 10, nPop = 50$

جدول ۲. توابع معیار مورد آزمایش [۱۹ و ۲۰]

Function	Minimum
1 Ackley	$f(x) = -a \exp(-b \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2}) - \exp(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i)) + a + \exp(1)$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
2 Griewank	$f(x) = \sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
3 Levy	$f(x) = \sin^2(\pi \omega_1) + \sum_{i=2}^{d-1} (\omega_i - 1)^2 [1 + \sin^2(\pi \omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2 [1 + \sin^2(\pi \omega_d)]$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
4 Rastrigin	$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 1 \cdot \cos(2\pi x_i)]$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
5 Sphere	$f(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
6 Rotated Hyper-Ellipsoid	$f(x) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^i x_j^2$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
7 Rosenbrock	$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} [100 \cdot (x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$
8 Dixon-Price	$f(x) = (x_1 - 1)^2 + \sum_{i=2}^d i(x_i^2 - x_{i-1})^2$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x_i = \sqrt{\frac{i-1}{i}}, \text{ for } i = 1, \dots, d$
9 Trid	$f(x) = \sum_{i=1}^d (x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^d x_i x_{i-1}$ $\text{at } d=6: f(x^*) = -50$ $\text{at } d=10: f(x^*) = -200$
10 Zakharov	$f(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2 + (\sum_{i=1}^d \Delta i x_i)^2 + (\sum_{i=1}^d \Delta i x_i)^4$ $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$

جهت مقایسه همگرایی، در شکل ۴، به عنوان نمونه، گام‌های اجرای الگوریتم‌ها بر روی توابع محک معیار با ۳۰ متغیر، نمایش داده شده است.



شکل ۴. مقایسه گام‌های اجرای الگوریتم‌ها بر روی توابع محک استاندارد با ۳۰ متغیر: الف) Ackley، ب) Griewank، ج) Levy، د) Rastrigin، ه) Sphere، و) Rotated Hyper-Ellipsoid، ز) Rosenbrock، ح) Dixon-Price، ط) Trid، ی) Zakharov.

جدول ۳. مقایسه میانگین و انحراف معیار بهترین پاسخ، حاصل از ۲۰ بار اجرای الگوریتم‌ها با ۱۰ متغیر

Function		QEFO	EFO	iEFO	AEFO	MEFO	QPSO	PSO	GA
Ackley	Mean	۸/۸۸E-۱۶	۵/۶۶E+۰۰	۴/۹۷E+۰۰	۴/۹۴E+۰۰	۴/۲۳E+۰۰	۲/۳۰E+۰۰	۵/۶۸E-۰۱	۵/۰۶E+۰۰
	SD	۰/۰۰E+۰۰	۳/۲۱E+۰۰	۲/۱۲E+۰۰	۲/۳۵E+۰۰	۶/۹۵E-۰۱	۱/۷۵E+۰۰	۶/۹۷E-۰۱	۱/۳۱E+۰۰
Griewank	Mean	۲/۳۳E-۱۶	۷/۳۷E+۰۰	۱/۷۹E+۰۰	۲/۰۶E+۰۰	۱/۳۳E+۰۰	۱/۱۰E+۰۰	۴/۵۶E-۰۱	۲/۰۸E+۰۰
	SD	۱/۸۰E-۱۶	۸/۷۳E+۰۰	۸/۰۰E-۰۱	۱/۷۱E+۰۰	۱/۷۰E-۰۱	۷/۶۳E-۰۱	۲/۰۶E-۰۱	۷/۵۵E-۰۱
Levy	Mean	۸/۱۲E-۰۱	۱/۷۷E+۰۰	۶/۷۱E-۰۱	۷/۰۷E-۰۱	۳/۱۰E-۰۱	۱/۱۳E+۰۰	۸/۶۵E-۰۲	۶/۰۳E-۰۱
	SD	۱/۱۳E-۰۱	۳/۰۶E+۰۰	۶/۷۳E-۰۱	۶/۰۶E-۰۱	۱/۲۰E-۰۱	۲/۲۶E-۰۱	۱/۶۳E-۰۱	۴/۳۰E-۰۱
Rastrigin	Mean	۲/۹۱E-۱۴	۴/۱۴E+۰۱	۱/۶۲E+۰۱	۱/۴۳E+۰۱	۴/۲۲E+۰۱	۴/۱۱E+۰۰	۱/۱۴E+۰۱	۱/۹۸E+۰۱
	SD	۲/۰۳E-۱۴	۱/۷۶E+۰۱	۴/۹۵E+۰۰	۶/۲۲E+۰۰	۷/۳۸E+۰۰	۳/۸۰E+۰۰	۵/۱۷E+۰۰	۶/۹۲E+۰۰
Sphere	Mean	۱/۴۲E-۳۴	۱/۳۴E+۰۰	۳/۰۶E-۰۱	۴/۰۵E-۰۱	۹/۳۷E-۰۲	۹/۰۰E-۰۲	۸/۴۰E-۰۵	۴/۵۳E-۰۱
	SD	۵/۵۵E-۳۴	۱/۵۰E+۰۰	۳/۷۵E-۰۱	۶/۰۴E-۰۱	۵/۰۰E-۰۲	۱/۶۰E-۰۱	۷/۶۹E-۰۵	۳/۴۶E-۰۱
R.H. Ellipsoid	Mean	۶/۳۹E-۳۳	۸/۲۸E+۰۲	۲/۴۸E+۰۲	۱/۴۹E+۰۲	۶/۱۱E+۰۱	۶/۵۲E+۰۱	۵/۸۵E-۰۲	۴/۳۰E+۰۲
	SD	۲/۲۷E-۳۲	۱/۱۸E+۰۳	۳/۶۹E+۰۲	۱/۲۷E+۰۲	۳/۷۴E+۰۱	۱/۱۴E+۰۲	۹/۰۳E-۰۲	۲/۷۴E+۰۲
Rosenbrock	Mean	۸/۸۵E+۰۰	۱/۶۷E+۰۳	۲/۴۸E+۰۲	۲/۹۰E+۰۲	۱/۲۹E+۰۲	۲/۲۱E+۰۱	۱/۰۵E+۰۱	۳/۶۰E+۰۲
	SD	۱/۰۶E-۰۱	۳/۹۶E+۰۳	۲/۶۲E+۰۲	۳/۸۷E+۰۲	۸/۶۸E+۰۱	۳/۳۶E+۰۱	۱/۰۳E+۰۱	۳/۴۲E+۰۲
Dixon-Price	Mean	۶/۶۷E-۰۱	۱/۳۲E+۰۲	۴/۲۴E+۰۱	۴/۱۷E+۰۱	۶/۴۵E+۰۰	۲/۹۹E+۰۰	۷/۱۳E-۰۱	۳/۴۲E+۰۱
	SD	۱/۳۹E-۰۴	۲/۱۲E+۰۲	۸/۳۷E+۰۱	۸/۳۷E+۰۱	۴/۵۴E+۰۰	۴/۱۰E+۰۰	۶/۷۶E-۰۲	۳/۸۸E+۰۱
Trid	Mean	۶/۰۷E+۰۰	۵/۸۱E+۰۲	۱/۲۳E+۰۲	۱/۰۵E+۰۲	۱/۸۸E+۰۱	۲/۳۰E+۰۱	-۱/۸۷E+۰۲	۱/۶۰E+۰۲
	SD	۱/۱۷E+۰۰	۱/۰۸E+۰۳	۲/۱۵E+۰۲	۲/۶۶E+۰۲	۱/۲۰E+۰۲	۲/۱۵E+۰۱	۳/۷۲E+۰۱	۲/۲۲E+۰۲
Zakharov	Mean	۱/۳۰E-۲۶	۶/۵۲E+۰۱	۴/۴۲E+۰۱	۴/۷۱E+۰۱	۷/۶۰E+۰۱	۱/۳۱E+۰۰	۸/۴۳E-۰۱	۱/۳۹E+۰۱
	SD	۲/۹۷E-۲۶	۳/۲۵E+۰۱	۲/۸۰E+۰۱	۲/۲۱E+۰۱	۴/۱۰E+۰۱	۴/۴۱E+۰۰	۸/۹۱E-۰۱	۱/۱۴E+۰۱

جدول ۴. مقایسه میانگین و انحراف معیار بهترین پاسخ، حاصل از ۲۰ بار اجرای الگوریتم‌ها با ۳۰ متغیر

Function		QEFO	EFO	iEFO	AEFO	MEFO	QPSO	PSO	GA
Ackley	Mean	$6.04E-10$	$1/50E+01$	$1/14E+01$	$1/13E+01$	$1/43E+01$	$2/49E+00$	$4/39E+00$	$1/06E+01$
	SD	$4/23E-10$	$4/76E+00$	$2/78E+00$	$2/41E+00$	$1/12E+00$	$1/39E+00$	$7/67E-01$	$1/13E+00$
Griewank	Mean	$2/28E-16$	$8/67E+01$	$4/50E+01$	$3/52E+01$	$4/97E+01$	$2/01E+00$	$2/02E+00$	$3/09E+01$
	SD	$1/05E-16$	$1/03E+02$	$2/81E+01$	$2/58E+01$	$1/26E+01$	$1/41E+00$	$7/84E-01$	$9/67E+00$
Levy	Mean	$2/80E+00$	$2/91E+01$	$1/23E+01$	$1/25E+01$	$4/16E+01$	$3/24E+00$	$2/21E+00$	$1/12E+01$
	SD	$2/12E-01$	$3/33E+01$	$8/75E+00$	$5/83E+00$	$1/50E+01$	$2/65E-01$	$1/31E+00$	$3/41E+00$
Rastrigin	Mean	$7/39E-14$	$2/35E+02$	$1/18E+02$	$1/22E+02$	$2/79E+02$	$2/71E+01$	$5/81E+01$	$1/33E+02$
	SD	$4/16E-14$	$7/38E+01$	$2/45E+01$	$2/86E+01$	$2/30E+01$	$2/29E+01$	$1/55E+01$	$2/50E+01$
Sphere	Mean	$1/95E-30$	$3/94E+01$	$1/06E+01$	$1/10E+01$	$1/43E+01$	$3/27E-01$	$3/43E-01$	$1/08E+01$
	SD	$5/70E-30$	$3/24E+01$	$6/12E+00$	$7/43E+00$	$4/18E+00$	$4/07E-01$	$1/66E-01$	$3/69E+00$
R.H. Ellipsoid	Mean	$2/89E-27$	$4/96E+04$	$2/14E+04$	$1/64E+04$	$3/03E+04$	$6/86E+02$	$5/79E+02$	$2/22E+04$
	SD	$4/76E-27$	$7/08E+04$	$1/06E+04$	$1/04E+04$	$7/44E+03$	$8/35E+02$	$2/79E+02$	$5/76E+03$
Rosenbrock	Mean	$2/89E+01$	$3/41E+05$	$5/63E+04$	$4/51E+04$	$6/87E+04$	$8/73E+01$	$3/05E+02$	$2/11E+04$
	SD	$8/33E-02$	$3/51E+05$	$4/20E+04$	$4/33E+04$	$3/93E+04$	$7/08E+01$	$2/50E+02$	$1/23E+04$
Dixon-Price	Mean	$6/96E-01$	$1/57E+05$	$3/57E+04$	$1/99E+04$	$3/87E+04$	$6/47E+01$	$4/38E+01$	$8/25E+03$
	SD	$8/05E-02$	$2/01E+05$	$4/48E+04$	$2/73E+04$	$1/36E+04$	$1/28E+02$	$2/90E+01$	$7/13E+03$
Trid	Mean	$2/17E+01$	$8/40E+05$	$3/34E+05$	$4/13E+05$	$5/32E+05$	$8/13E+03$	$1/82E+04$	$2/10E+05$
	SD	$1/01E+00$	$8/71E+05$	$2/34E+05$	$1/84E+05$	$1/27E+05$	$9/98E+03$	$1/23E+04$	$1/04E+05$
Zakharov	Mean	$5/68E-05$	$5/74E+02$	$5/75E+02$	$6/41E+02$	$8/81E+02$	$3/03E+01$	$1/20E+02$	$2/49E+02$
	SD	$2/41E-04$	$1/15E+02$	$1/44E+02$	$1/23E+02$	$1/13E+02$	$4/16E+01$	$4/62E+01$	$5/90E+01$

جدول ۵. مقایسه میانگین و انحراف معیار بهترین پاسخ، حاصل از ۲۰ بار اجرای الگوریتم‌ها با ۱۰۰ متغیر

Function		QEFO	EFO	iEFO	AEFO	MEFO	QPSO	PSO	GA
Ackley	Mean	1/۷۱E-1۳	1/۹۲E+۰۱	1/۷۳E+۰۱	1/۷۶E+۰۱	۲/۰۲E+۰۱	۳/۴۵E+۰۰	۹/۹۷E+۰۰	1/۴۰E+۰۱
	SD	۲/۳۰E-1۳	1/۸۱E+۰۰	1/۴۰E+۰۰	1/۴۷E+۰۰	۲/۳۹E-۰۱	1/۳۶E+۰۰	۶/۰۳E-۰۱	۷/۹۸E-۰۱
Griewank	Mean	۲/۸۳E-1۶	۹/۱۲E+۰۲	۵/۱۳E+۰۲	۴/۹۰E+۰۲	1/۲۱E+۰۳	۵/۲۶E+۰۰	۵/۰۲E+۰۱	۲/۶۹E+۰۲
	SD	۳/۷۹E-1۶	۶/۰۰E+۰۲	1/۷۶E+۰۲	1/۷۶E+۰۲	1/۵۲E+۰۲	۵/۴۴E+۰۰	1/۰۱E+۰۱	۵/۶۱E+۰۱
Levy	Mean	۹/۲۳E+۰۰	۳/۸۷E+۰۲	1/۸۸E+۰۲	1/۸۲E+۰۲	۷/۸۹E+۰۲	1/۱۰E+۰۱	۲/۱۲E+۰۱	1/۰۴E+۰۲
	SD	۲/۳۸E-۰۱	۲/۰۸E+۰۲	۸/۵۸E+۰۱	۷/۳۸E+۰۱	۹/۰۰E+۰۱	۳/۶۹E+۰۰	۳/۶۷E+۰۰	1/۵۳E+۰۱
Rastrigin	Mean	1/۵۳E-1۳	1/۱۳E+۰۳	۷/۶۸E+۰۲	۷/۲۵E+۰۲	1/۳۷E+۰۳	1/۲۹E+۰۲	۴/۷۳E+۰۲	۷/۴۳E+۰۲
	SD	۷/۶۷E-1۴	1/۸۱E+۰۲	1/۰۲E+۰۲	1/۱۱E+۰۲	۴/۳۹E+۰۱	۸/۱۵E+۰۱	۳/۵۹E+۰۱	۵/۱۶E+۰۱
Sphere	Mean	۷/۳۷E-۲۷	۳/۱۳E+۰۲	1/۴۴E+۰۲	1/۵۹E+۰۲	۳/۴۹E+۰۲	1/۳۰E+۰۰	1/۴۶E+۰۱	۸/۰۹E+۰۱
	SD	1/۷۸E-۲۶	1/۴۳E+۰۲	۵/۱۸E+۰۱	۵/۸۸E+۰۱	۳/۹۶E+۰۱	1/۳۱E+۰۰	۴/۰۸E+۰۰	1/۴۷E+۰۱
R.H. Ellipsoid	Mean	1/۵۶E-۲۲	۲/۲۰E+۰۶	۹/۸۳E+۰۵	1/۱۵E+۰۶	۲/۴۲E+۰۶	1/۰۹E+۰۴	1/۰۵E+۰۵	۵/۴۷E+۰۵
	SD	۵/۱۱E-۲۲	1/۲۴E+۰۶	۳/۳۷E+۰۵	۵/۱۵E+۰۵	۲/۲۷E+۰۵	1/۵۱E+۰۴	۲/۰۰E+۰۴	۹/۹۰E+۰۴
Rosenbrock	Mean	۹/۸۹E+۰۱	۲/۹۸E+۰۶	1/۷۷E+۰۶	1/۲۵E+۰۶	۷/۰۳E+۰۶	۵/۸۲E+۰۲	1/۸۰E+۰۴	۳/۳۲E+۰۵
	SD	۷/۵۶E-۰۲	۲/۹۸E+۰۶	۸/۵۸E+۰۵	۸/۰۳E+۰۵	1/۴۴E+۰۶	۶/۷۱E+۰۲	۵/۷۷E+۰۳	1/۵۳E+۰۵
Dixon-Price	Mean	۷/۹۰E-۰۱	۷/۳۶E+۰۶	۳/۰۷E+۰۶	۲/۲۰E+۰۶	1/۰۰E+۰۷	۲/۵۲E+۰۲	۲/۳۶E+۰۴	۵/۳۹E+۰۵
	SD	1/۵۵E-۰۱	۶/۰۰E+۰۶	1/۷۰E+۰۶	1/۴۸E+۰۶	1/۹۱E+۰۶	۴/۲۲E+۰۲	۶/۶۹E+۰۳	۲/۲۲E+۰۵
Trid	Mean	۹/۷۰E+۰۱	۷/۲۶E+۰۸	۴/۳۲E+۰۸	۴/۷۳E+۰۸	1/۰۳E+۰۹	۴/۲۵E+۰۶	۴/۶۳E+۰۷	۲/۵۳E+۰۸
	SD	۹/۲۷E-۰۱	۵/۳۷E+۰۸	1/۷۰E+۰۸	۲/۱۲E+۰۸	1/۳۲E+۰۸	۴/۹۰E+۰۶	1/۰۷E+۰۷	۵/۱۶E+۰۷
Zakharov	Mean	۵/۲۱E+۰۱	۲/۴۷E+۰۳	۴/۲۸E+۰۳	۲/۸۹E+۰۳	۴/۲۴E+۰۳	1/۶۸E+۰۳	۹/۳۸E+۰۲	1/۲۸E+۰۳
	SD	۷/۹۱E+۰۱	۳/۵۷E+۰۲	۵/۸۷E+۰۳	۵/۵۹E+۰۲	1/۵۳E+۰۳	۲/۸۱E+۰۳	۲/۸۹E+۰۲	۳/۱۵E+۰۲

جهت تجزیه و تحلیل آماری، نتایج حاصل از ۲۰ اجرای مستقل الگوریتم پیشنهادی بر روی هر تابع معیار و با هر تعداد متغیر تصمیم، با سایر الگوریتم‌ها مقایسه می‌گردد. جهت مقایسه‌ی میانگین نتایج، با توجه به عدم شناخت در مورد توزیع داده‌ها، و مستقل بودن اجراها از یکدیگر، از آزمون آماری ناپارامتری مجموع رتبه‌ای

ویلکاکسون^۱ در سطح معنی داری ۵ درصد، استفاده می شود. نتایج آزمون آماری الگوریتم ها بر اساس آزمون مجموع رتبه ای ویلکاکسون، در جدول ۶، گزارش شده است. نمادهای (+، -، =) نشان می دهند که الگوریتم معین در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی، به طور معنی داری بهتر (+)، به طور معنی داری بدتر (-)، یا بدون تفاوت معنی دار (=) است.

جدول ۶. خلاصه ی نتایج آزمون مجموع رتبه ای ویلکاکسون در سطح معنی داری ۵ درصد

در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی			
۱۰۰ متغیر تصمیم	۳۰ متغیر تصمیم	۱۰ متغیر تصمیم	
۰	۰	۱	EFO بهتر (+)
۱۰	۱۰	۹	بدتر (-)
۰	۰	۰	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۰	۱	iEFO بهتر (+)
۱۰	۱۰	۸	بدتر (-)
۰	۰	۱	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۰	۱	AEFO بهتر (+)
۱۰	۱۰	۸	بدتر (-)
۰	۰	۱	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۰	۱	MEFO بهتر (+)
۱۰	۱۰	۸	بدتر (-)
۰	۰	۱	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۰	۰	QPSO بهتر (+)
۱۰	۱۰	۱۰	بدتر (-)
۰	۰	۰	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۱	۱	PSO بهتر (+)
۱۰	۹	۸	بدتر (-)
۰	۰	۱	بدون تفاوت معنی دار (=)
۰	۰	۱	GA بهتر (+)
۱۰	۱۰	۹	بدتر (-)
۰	۰	۰	بدون تفاوت معنی دار (=)

همان طور که در جدول ۶ مشخص است، الگوریتم پیشنهادی از همه ی الگوریتم های مورد مقایسه، عملکرد بهتری داشته است. میانگین بهترین پاسخ های الگوریتم پیشنهادی، حاصل از ۲۰ اجرا بر روی ۱۰ تابع محک معیار، در مورد آزمایش ها با ۱۰ متغیر تصمیم، در حدود ۸۵/۷ درصد از مقایسه ها، دارای عملکرد بهتر، در حدود ۸/۵ درصد از موارد، دارای عملکرد بدتر و در حدود ۵/۷ درصد از موارد، بدون تفاوت معنی دار در عملکرد بوده است. همچنین میانگین بهترین پاسخ های الگوریتم پیشنهادی، حاصل از ۲۰ اجرا بر روی ۱۰ تابع محک معیار، در مورد آزمایش ها با ۳۰ متغیر تصمیم، در حدود ۹۸/۵ درصد از مقایسه ها، دارای عملکرد بهتر، در حدود ۰/۵

¹ Wilcoxon Sum-Rank

درصد از موارد، دارای عملکرد بدتر و در هیچ کدام از موارد، بدون تفاوت معنی دار در عملکرد بوده است. همچنین میانگین بهترین پاسخ‌های الگوریتم پیشنهادی، حاصل از ۲۰ اجرا بر روی ۱۰ تابع محک معیار، در مورد آزمایش‌ها با ۱۰۰ متغیر تصمیم، در همه‌ی مقایسه‌ها، دارای عملکرد بهتر بوده است.

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی، موضوعی مساله برانگیز و دغدغه‌ای مهم است. چراکه با وجود عواملی مانند پیچیده‌تر شدن مسایل بهینه‌سازی، حتی اندکی بهبود در عملکرد یک الگوریتم بهینه‌سازی، می‌تواند نقش ارزشمندی را ایفا نماید.

هدف این پژوهش، بهبود عملکرد یکی از الگوریتم‌های مطرح‌شده در سال‌های اخیر، با نام الگوریتم میدان الکترومغناطیس است. در الگوریتم پیشنهادی، ذره‌ای بسیار کوچک با بار منفی به نام بار آزمون معرفی گردید که موقعیت فضایی آن با استفاده از مرکز بارهای مثبت و مرکز فضا، تعیین می‌شود. سپس با الهام از مدل چاه پتانسیل دلتا کوانتومی و سیر غیرخطی ذرات با رفتار کوانتومی در [۱۸] و برهم‌کنش بار آزمون معرفی شده با مراکز بار مثبت و منفی، روشی برای تعیین موقعیت ذرات جدید معرفی شد. همچنین برای بهبود در تنوع جمعیت، یک جهش با استفاده از دروازه کوانتومی هادامارد، معرفی گردید.

برای نمایش عملکرد الگوریتم پیشنهادی و مقایسه‌ی آن با الگوریتم پایه (EFO) و برخی نسخه‌های بهبودیافته‌ی این الگوریتم با نام‌های iEFO، AEFO و MEFO، و الگوریتم‌های ژنتیک (GA)، ازدحام ذرات (PSO) و ازدحام ذرات با رفتار کوانتومی (QPSO)، آزمایش‌هایی بر روی ۱۰ تابع محک معیار با تعداد متغیر ۱۰، ۳۰ و ۱۰۰، ترتیب داده شد و نتایج پس از ۲۰ اجرا، جمع‌آوری شد. همچنین میانگین و انحراف معیار مقادیر حاصل، محاسبه و در جداول مربوطه ثبت گردید. جهت تحلیل آماری نتایج جمع‌آوری شده، آزمون آماری ناپارامتری مجموع رتبه‌ای ویلکاکسون در سطح معنی‌داری ۵ درصد انجام شد. نتایج حاصل از آزمون‌ها، توانست برتری عملکرد الگوریتم پیشنهادی را در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها، در سطح معنی‌داری ۵ درصد، نشان دهد.

پیشنهاد می‌شود موارد زیر به عنوان پژوهش‌های آتی در نظر گرفته شود:

- (۱) تطبیق الگوریتم پیشنهادی برای حل مسایل بهینه‌سازی گسسته.
- (۲) توسعه الگوریتم پیشنهادی برای حل مسایل بهینه‌سازی پویا.
- (۳) ارایه یک روش موثر جهت تعیین و کنترل پارامترهای الگوریتم پیشنهادی.
- (۴) استفاده از سایر مدل‌های کوانتومی جهت بهبود توانایی‌های کاوش و بهره‌برداری الگوریتم.

منابع

- [1] Yang, X. S. (2020). Nature-inspired optimization algorithms. Academic Press.
- [2] Sinha, G. R. (Ed.). (2019). Modern Optimization Methods for Science, Engineering and Technology. IOP Publishing Limited.
- [3] Whitley, D. (1994). A genetic algorithm tutorial. Statistics and computing, 4(2), 65-85.

- [4] Kennedy, J., Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
- [5] Yousefi, K. M., Sedighpour, M. (2011). A Modified Elite Ant Colony Algorithm For Solving Multiple Traveling Salesmen Problem. *Journal of Operational Research and Its Applications*, 8(3), 83-96.
- [6] Abedinpourshotorban, H., Shamsuddin, S. M., Beheshti, Z., Jawawi, D. N. (2016). Electromagnetic field optimization: a physics-inspired metaheuristic optimization algorithm. *Swarm and Evolutionary Computation*, 26, 8-22.
- [7] Fasihi, M., Najafi, S. E., Tavakkoli-Moghaddam, R., Hahiaghahi-Keshteli, M. (2021). Combined Method of the Taguchi Approach and DEA for Setting Parameters and Operators of Metaheuristic Algorithms-Genetic Algorithm to Solve the Reentrant Permutation Flow Shop Problem. *Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University*, 18(2), 107-124.
- [8] Iyer, A. (2020), Tech Factsheets for Policymakers: Quantum Computing, Belfer Center for Science and International Affairs.
- [9] Nielsen, M., Chuang, I. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [10] National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2019). *Quantum computing: progress and prospects*. National Academies Press.
- [11] Yurtkuran, A. (2019). An improved electromagnetic field optimization for the global optimization problems. *Computational intelligence and neuroscience*, 2019.
- [12] Kucukoglu, I. (2019). Adaptive electromagnetic field optimization algorithm for the solar cell parameter identification problem. *International Journal of Photoenergy*, 2019.
- [13] Song, S., Jia, H., Ma, J. (2019). A chaotic electromagnetic field optimization algorithm based on fuzzy entropy for multilevel thresholding color image segmentation. *Entropy*, 21(4), 398.
- [14] Boucekara, H. R. E. H., Zellagui, M., Abido, M. A. (2017). Optimal coordination of directional overcurrent relays using a modified electromagnetic field optimization algorithm. *Applied Soft Computing*, 54, 267-283.
- [15] Kushwaha, N., Pant, M., Sharma, S. (2019). Electromagnetic optimization-based clustering algorithm. *Expert Systems*, e12491.
- [16] Suo, J., Gu, L., Pan, Y., Yang, S., Hu, X. (2020). Quantum inspired genetic algorithm for double digest problem. *IEEE Access*, 8, 72910-72916.
- [17] Wang, Y., Feng, X. Y., Huang, Y. X., Pu, D. B., Zhou, W. G., Liang, Y. C., Zhou, C. G. (2007). A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications. *Neurocomputing*, 70(4-6), 633-640.
- [18] Sun, J., Feng, B., Xu, W. (2004, June). Particle swarm optimization with particles having quantum behavior. In Proceedings of the 2004 congress on evolutionary computation (IEEE Cat. No. 04TH8753) (Vol. 1, pp. 325-331). IEEE.
- [19] Molga, M., Smutnicki, C. (2005). Test functions for optimization needs. *Test functions for optimization needs*, 101, 48.
- [20] Jamil, M., Yang, X. S., Zepernick, H. J. (2013). Test functions for global optimization: a comprehensive survey. *Swarm intelligence and Bio-inspired Computation*, 193-222.