مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال نوزدهم، شماره دوم (پیاپی ۷۳)، تابستان ۰۱، ص ص ۵۶-۳۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

محاسبه کشسانی مقیاس برای کارایی هزینه، کاربردی در کارخانجات قند و شکر ایران

ربابه قایقران سراب[۱]، علاءالدین ملک[۲،۳*]، علیرضا امیرتیموری[۴]، سهراب کردرستمی[۵]

۱- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
۲-دانشیار، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
۳-دانشیار، دانشکده علوم ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۴-استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
۵-استاد، گروه ریاضی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

رسید مقاله: ۱۱ آبان ۱۳۹۹
پذیرش مقاله: ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۰

چکیده

بازده به مقیاس، چگونگی تغییر خروجی‌ها در قبال تغییر ورودی‌ها را مطالعه می‌کند و به دوشکل کیفی (بازده به مقیاس) و کمی (کشسانی مقیاس) ارایه می‌گردد. این مقاله به‌تشریح کشسانی مقیاس و سپس کشسانی مقیاس در مدل کارایی هزینه پرداخته و برای محاسبه آنها از تحلیل پوششی داده‌ها بهره گرفته است. از آنجا که صنعت قندوشکر نقش مهمی در اقتصاد ایران دارد، لذاکارایی کارخانجات قندوشکر به‌جهت جلوگیری از اتلاف منابع وکارایی هزینه برای صرفه‌جویی در هزینه تولید از اهمیت سرنوشت‌سازی برخوردار است. به‌این‌منظور،کشسانی مقیاس برای کارایی هزینه کارخانجات قندوشکر با ماده اولیه چغندرقند مورد بررسی قرار گرفته است. کشش مقیاس این واحدها، قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی و کارای هزینه را به‌دست آوردیم. از نتایج کشسانی مقیاس برای واحدهای تحت بررسی، پی برده‌ایم بازده به مقیاس آنها ثابت است. در این مقاله، همچنین به‌تشریح روش‌هایی برای ادغام و نرمال کردن ورودی‌های هر کارخانه، به‌چهار ورودی وخروجی‌ها به یک خروجی در حالی‌که دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف هستند، پرداخته‌ایم و روشی برای به‌دست آوردن قیمت هر واحد توصیف نمودیم در حالی‌که قیمت کل را داریم.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی هزینه، کشسانی مقیاس، بازده به مقیاس، کارخانه قندوشکر.

۱ مقدمه

در این مقاله، جهت ارزیابی کارایی از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) استفاده شده است [۱]. DEA به‌کمک برنامه‌ریزی خطی، کارایی واحدها را به‌طورمجزا به‌وسیله روش بهینه‌سازی محاسبه می‌کند. یکی از مهم‌ترین

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: mala@modares.ac.ir

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

دیدگاه‌ها در تحلیل کارایی تولید به‌کاررفته در واحدها، اندازه‌گیری بازده به مقیاس(RTS) است، چون می‌تواند دیدگاه مهمی برای مدیریت واحد فراهم کند تا برای تحکیم موقعیت رقابتی، تصمیم عملی بگیرد.

درتحلیل پوششی داده‌های سنتی دو روش برای به‌دست آوردن بازده به مقیاس وجود دارد، یک روش با توجه به‌ماهیت کیفی بازده به مقیاس است که بازده به مقیاس افزایشی، کاهشی و یا ثابت است. درتکنولوژی چند ورودی چند خروجی، بازده به مقیاس مربوط به حالتی است که ماکزیمم افزایش در همه خروجی‌ها را نسبت به افزایش داده شده در همه ورودی‌ها اندازه می‌گیرد [۲-۴]. حسین زاده لطفی و همکاران [۵] ناحیه‌ی پایداری بازده به مقیاس را محاسبه نمودند. پایان و همکاران [۶] با ارایه روش خطی، بازده به مقیاس چپ و راست واحدهای تصمیم‌گیرنده را ارزیابی نمودند. از جمله تحقیقاتی که اخیرا در این زمینه انجام شده است، می‌توان به مقاله پودینوفسکی و همکاران [۷] اشاره نمود.

روش دیگر که اولین بار توسط بنکر، چارنز و کوپر [۸] ارایه شده است، ارایه مقدار عددی برای بازده به مقیاس است که به آن کشسانی مقیاس (SE) ویا مقیاس اقتصادی گفته می‌شود. درخصوص‌کارایی واحدها امروزتنها تاکید، روی تکنولوژی نیست، بلکه بیشتر روی سازماندهی ساختاری، مدیریت، آموزش انجام‌کار، سازماندهی ورودی‌ها و دیگرتوانایی‌های واحدها است. بنابراین فهمیدن خواص بازده به مقیاس و شاخص‌های آن از جمله کشسانی مقیاس جهت ضمانت تخمین ساختار تکنولوژی تولید برای واحدهای تولیدی امری ضروری است. با اندازه‌گیری کشسانی مقیاس، می‌فهمیم تغییر در یکی از متغیرهای اقتصادی به‌طورمثال: قیمت چه اندازه بر سایر متغیرها از جمله فروش تاثیرمی‌گذارد [۹]. ساهو و همکاران [۱۰] به بررسی همه‌جانبه روش‌های تخمین کشسانی مقیاس در تکنولوژی‌های تکه تکه خطی، لگاریتم خطی و مدل FDH در فضای ورودی- خروجی یا فضای هزینه– خروجی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند.

کشسانی مقیاس، از دیدگاه فریش [۱۱] خاصیت تابع‌تولید است و به‌طورمنظم برای توصیف ارتباط بین مقیاس و کارایی استفاده می‌شود. سیوشی [۱۰] اولین‌فردی است که اندازه عددی بازده به مقیاس مدل کارایی هزینه DEA را به‌دست آورده است ودر سال ۱۹۹۹میلادی محاسبات عددی بازده به مقیاس براساس تابع‌تولید را به دوآلیتی تابع‌هزینه ارتباط داده است [۱۲]. سزارونی و همکاران [۱۳] در مقاله‌ای ارتباط بین بازده به مقیاس و کشسانی مقیاس، برای نقاطی که تابع هزینه مشتق‌پذیر نیست را بیان می‌کنند. برای کارخانه‌های صنعتی به‌دلیل گوناگونی ماشین‌آلات و تولیدات آنها اندازه‌گیری ورودی‌ها به‌استثنای هزینه، کار دشواری است. البته ترکیب- ورودی اگر به‌وسیله یک‌اندازه بتواند نمایش داده شود، اندازه کشش‌خروجی، اندازه‌خوبی برای بازده به مقیاس و همچنین تولیدات و ماشین‌آلات کارخانه است و اندازه هزینه، معیارخوبی برای اندازه‌گیری مجموعه عوامل‌تولید برای تخمین کشسانی مقیاس است. زمانی که ورودی و خروجی در بین واحدها ناهمگون باشد، ایجاد مجموعه عوامل‌تولید در DEA می‌تواند مشکل‌ساز باشد، در این‌حالت تکنولوژی براساس هزینه در تخمین متفاوتی از کارایی تولید واحدها می‌تواند مفید باشد [۲، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴-۲۵].

همه روش‌های استاندارد تعیین کشسانی مقیاس در روش DEA به‌وسیله صفحات‌مماس بر مرز در یک نقطه داده‌شده دنبال می‌شوند، این کار به‌وسیله جستجوی مقادیر ثابت (اصالتاً متغیر u_0در ادبیات DEA معرفی‌شده

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

است [۲۶]) و جدا کردن صفحه با صفحه‌ای که همه ورودی‌های آن صفر شده است، انجام می‌گیرد. در این مطالعه، با هردو حد کشسانی مقیاس، حد راست و حد چپ آن آشنا می‌شویم.

از آنجا که صنعت قندوشکر نقش مهمی در اقتصاد ایران دارد و پس از صنعت نساجی، دومین‌صنعت قدیمی‌ایران به‌حساب می‌آید، کاربرد این مطالعه را در این صنعت دنبال می‌نماییم. بخش کشاورزی به‌عنوان مهم‌ترین بخش و تامین‌کننده مواداولیه، بخش‌نفت به‌عنوان تامین‌کننده انرژی و بخش حمل‌ونقل، بخش‌های مرتبط و تاثیرگذار در این صنعت می‌باشند. بیشترین مصرف‌کننده این صنعت در درجه اول خانوارها و سپس صنایع‌غذایی و لبنی می‌باشند [۲۷]، لذا دولت‌ایران، روی‌شکر نظارت وسیع دارد، به‌گونه‌ای که قیمت شکر پایین نگه‌داشته شود و نیاز مشتریان نیز مرتفع گردد [۲۸] و به‌این دلیل مدیران صنایع قندوشکر به‌کارایی و تولید کارخانجات قندوشکر علاقمندند [۲۹].

در پژوهش‌های قبلی بهینه‌سازی کارخانجات بر افزایش تولید، تمرکز بیشتری نسبت به قیمت‌نهایی محصول و کارایی هزینه داشته‌اند، اما در این مقاله برکارایی هزینه وکشسانی مقیاس با استفاده از مدل کارایی هزینه DEA متمرکز می‌شویم. دو نوع کارخانه تولید قندوشکر در ایران وجود دارد، کارخانجاتی که از چغندرقند استفاده می‌کنند و کارخانجاتی که از نیشکر استفاده می‌کنند. در این مطالعه، کارخانجاتی را بررسی می‌کنیم که از چغندرقند به‌عنوان ماده‌اولیه برای تولید قندوشکر استفاده می‌کنند. چغندرقند، محصول صنعتی است که نقش مهمی درتامین شکر برای ایران دارد. برگ چغندرقند موقعیت خاصی در سبدغذایی چارپایان و صنعت علوفه‌دام ایران دارد [۲۷]. سیاست‌های پرورش چارپایان اهلی و بهره‌برداری بهینه از منابع در این بخش، مکمل انگیزه کارایی در صنایع تولید قندوشکر می‌تواند باشد.

سازماندهی بخش‌های مختلف مقاله به‌صورت زیر است: در بخش دوم، مروری بر بازده به مقیاس و کارایی هزینه می‌شود. بخش سوم به‌تشریح مدل ریاضی کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه و ارایه یک مثال عددی می‌پردازد. در بخش چهارم مطالعه‌کاربردی در صنعت قندوشکر وکشش‌مقیاس این واحدها قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا بر روی مرزکارای تکنیکی و مرزکارای هزینه مورد بررسی قرار گرفته است. نهایتاً نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی در بخش پنجم آورده شده است.

۲ پیشنیازها و مقدمات

فرض می‌کنیم: $DMU_j\ (j=1,...,n)$، یعنی n واحد تصمیم گیرنده (DMU) داریم که هر واحد m ورودی: $x_j=(x_{1j},...,x_{mj})\geq 0$ را برای تولید s خروجی: $y_j=(y_{1j},...,y_{sj})\geq 0$ دارد. بردار هزینه ورودی $w_j=(w_{1j},...,w_{mj})\geq 0$ و بردار قیمت خروجی $p_j=(p_{1j},...,p_{sj})\geq 0$ می‌باشد.

۲-۱ بازده به مقیاس

بازده به مقیاس چگونگی تغییر خروجی‌ها در قبال تغییر ورودی‌ها را بیان می‌کند. اگر T مجموعه تکنولوژی از ورودی‌ها و خروجی‌ها باشد، به‌گونه‌ای که ورودی x بتواند خروجی y را تولید کند، یعنی $(x,y)\in T$ در این

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

صورت برای ضریب λ به‌گونه‌ای که داشته باشیم $\lambda(x,y)\in T$ سه نوع بازده به مقیاس داریم: اگر $\lambda\geq 0$ باشد، بازده به مقیاس ثابت است و اگر افزایشی در ورودی‌ها داده شود، منجر به همان افزایش در خروجی‌ها خواهد شد. اگر $0\leq\lambda\leq 1$ بازده به مقیاس کاهشی است و با افزایش ورودی‌ها، افزایش در خروجی‌ها کمتر خواهد شد و اگر $\lambda\geq 1$ بازده به مقیاس افزایشی است، یعنی با افزایش ورودی‌ها، افزایش در خروجی‌هابیشتر خواهد شد [۳۰].

مجموعه امکان تولید با فرض بازده به مقیاس متغیر بر اساس اصول موضوعه عبارت است از [۶]:

$$T_v=\left\{(x,y): x\geq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j,\quad y\leq\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j,\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1,\quad \lambda_j\geq 0,\quad j=1,\ldots,n\right\} \qquad (1)$$

در حالی‌که مجموعه بردارهای $x=(x_1,\ldots,x_m)^T\in R_+^m$ ورودی و مجموعه بردارهای $y=(y_1,\ldots,y_s)^T\in R_+^s$ خروجی می‌باشد.

۲-۲ کارایی تکنیکی

کارایی تکنیکی برای واحد o در مجموعه T_v جواب بهینه (θ^*) مدل برنامه‌ریزی خطی زیر است [۵]:

$$\begin{cases}\theta^*=\min_{\theta,\lambda}\theta\\ \quad s.t.\\ \quad \theta x_o\geq x\lambda,\\ \quad y_o\leq y\lambda,\\ \quad e\lambda=1\\ \quad \lambda\geq 0.\end{cases} \qquad (2)$$

(e بردار سطری است که همه عناصر آن یک هستند.)

۲-۳ کارایی هزینه [۳۱]

کارایی هزینه DEA مدل فار [۱۸] به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(y_o;\ w_o)=\min_{x,\lambda}\sum_{i=1}^{m}w_{io}x_i$$
$$s.t. \qquad (3)$$
$$\sum_{j\in J}x_{ij}\lambda_j\leq x_i(\forall i),\quad \sum_{j\in J}y_{rj}\lambda_j\geq y_{ro}(\forall r),\quad \sum_{j\in J}\lambda_j=1,\ \lambda_j\geq 0,\quad J=\{1,\ldots,n\}$$

فرض می کنیم $i=1,2,\ldots,m$: x_i^*، جواب بهینه مدل (۳) باشد.کارایی هزینه واحد o به‌صورت نسبت حداقل-هزینه $(C(y_o;w_o))$ به هزینه‌واقعی آن (c_o) به‌شکل زیر تعریف می گردد:

$$CE_o=\frac{C(y_o;\ w_o)}{c_o}=\frac{\sum_{i=1}^{m}w_{io}x_i^*}{\sum_{i=1}^{m}w_{io}x_{io}} \qquad (4)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

۳ کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه

۳-۱ کشسانی مقیاس

کشسانی مقیاس، انتساب مقدار عددی برای بازده به مقیاس می‌باشد. اگر مرز کارای تکنولوژی T، با استفاده از تابع تولید $\varphi: x \to y$ و $\varphi(x,y)=0$ تعریف شود [۷]، آنگاه اگر افزایش α در مولفه‌های ورودی داده شود و β حداکثر افزایش مولفه‌های خروجی باشد، به‌گونه‌ای که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\varphi(\alpha x, \beta y)=0 \qquad (۵)$$

با مشتق‌گرفتن رابطه (۵) نسبت به افزایش α اندازه کشسانی مقیاس با رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]:

$$\frac{\partial\beta}{\partial\alpha}=\varepsilon(x,y)=-\frac{\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial\varphi(\alpha x,\beta y)}{\partial x_i}x_i}{\sum_{r=1}^{s}\frac{\partial\varphi(\alpha x,\beta y)}{\partial y_r}y_r} \qquad (۶)$$

۳-۲ کشسانی مقیاس و DEA [۸]

کارایی تکنیکی ورودی محور واحد o از مدل برنامه‌ریزی خطی زیر به‌دست می‌آید:

$$D_i(x_o,y_o)=\alpha(\beta)=\min\{\alpha:(\alpha x,\beta y)\in T_v;\beta=1\} \qquad (۷)$$

دوآل مدل (۷) عبارت است از:

$$\begin{aligned}&D_i(x_o,y_o)=\alpha(1)=\max\sum_{r=1}^{s}u_r y_{ro}-u_0\\ &s.t.\\ &\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}-u_0\le 0 \quad (\forall j),\\ &\sum_{i=1}^{m}v_i x_{io}=1,\ u_r,v_i\ge 0 \quad (\forall i,r);\quad u_0: \quad free.\end{aligned} \qquad (۸)$$

در این‌صورت تابع تولیدی به‌صورت زیر برای واحد o می‌توانیم داشته باشیم:

$$\varphi(\alpha(1)x_o,y_o)=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{ro}-\sum_{i=1}^{m}v_i\alpha(1)x_{io}-u_o=0 \qquad (۹)$$

با توجه به‌تعریف (۶)، کشسانی مقیاس ورودی محور واحد o به‌شکل زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_i(x_o,y_o)=-\frac{\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial\varphi(\alpha(1)x_o,y_o)}{\partial x_{io}}x_{io}}{\sum_{r=1}^{s}\frac{\partial\varphi(\alpha(1)x_o,y_o)}{\partial y_{ro}}y_{ro}}=\frac{\alpha(1)}{\alpha(1)+u_0}=\frac{1}{1+\frac{u_0}{D_i(x_o,y_o)}} \qquad (۱۰)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

۳-۳ کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه [۱۳]

اولین بار سیوشی [۱۰]، کشسانی مقیاس را برای مدل کارایی هزینه فار [۱۸] محاسبه‌کرد. دوآل مدل کارایی هزینه فار(مدل (۳)) عبارت است از:

$$\begin{aligned} &\max_{u,\omega_0} \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} - \omega_0 \\ &s.t. \\ &\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \omega_0 \le 0 \quad (\forall j), \quad v_i \le w_{io} \quad (\forall i), \quad u_r \ge 0 \quad (\forall r), \\ &v_i \ge 0 \quad (\forall i), \quad \omega_0 : \quad free \end{aligned} \tag{۱۱}$$

اگر DMU_O کارای هزینه باشد، هزینه حداقل و هزینه واقعی آن هر دو یکی هستند و عبارت است از:

$$c_o = C(y_o; w_o) = \sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro} - \omega_o^* \tag{۱۲}$$

کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه $\left(\varepsilon_c(y;w)\right)$ می‌تواند به‌صورت زیر تعریف شود [۳]:

$$\varepsilon_c(y;w) = \frac{C(y_o;\ w_o)}{C(y_o;\ w_o) + \omega_0^*} \Rightarrow \varepsilon_c(y;w) = \frac{C(y_o;\ w_o)}{\sum_{r=1}^{s} y_{ro} \dfrac{\partial C(y_o;\ w_o)}{\partial y_{ro}}} = \frac{C(y_o;\ w_o)}{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{ro}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\omega_0^*}{C(y_o;\ w_o)}} \tag{۱۳}$$

با فرض چندگانگی ω_0 بهینه، برنامه زیر را برای یافتن حداقل و حداکثر مقدار آن به‌صورت زیر ارایه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &\omega_o^{+}\left(\omega_o^{-}\right) = \max(\min)\omega_o \\ &s.t. \\ &\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} - \omega_o = C(y_o;\ w_o), \\ &\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \omega_o \le \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \left(\forall j \ne o\right), \quad v_i \le w_{io} \quad (\forall i), \\ &v_i,\ u_r \ge 0 \quad (\forall i, r), \quad \omega_o : \quad free \end{aligned} \tag{۱۴}$$

با استفاده از نتایج مدل (۱۴) می‌توانیم کشسانی مقیاس چپ و راست ورودی محور برای DMU_O را به‌دست آوریم.

$$\varepsilon_c^{-}(y_o;\ w_o) = \frac{1}{1 + \dfrac{\omega_0^{-}}{C(y_o;\ w_o)}} \qquad \varepsilon_c^{+}(y_o;\ w_o) = \frac{1}{1 + \dfrac{\omega_0^{+}}{C(y_o;\ w_o)}} \tag{۱۵}$$

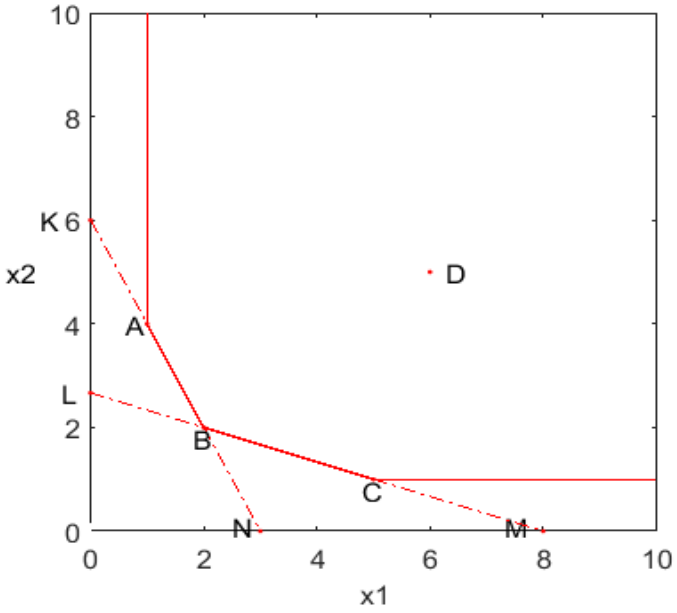
در مجموعه امکان تولید T_v، اگرجواب بهین دیگری داشته باشیم، به‌گونه‌ای که $\omega_o^{+} < 0$ $\left(\varepsilon_c^{+}(.) > 1\right)$ باشد، بازده به مقیاس افزایشی است و اگر $\omega_o^{-} > 0$ $\left(\varepsilon_c^{-}(.) < 1\right)$ باشد، بازده به مقیاس کاهشی است و در صورتی که $\omega_o^{+} \ge 0 \ge \omega_o^{-}$ $\left(\varepsilon_c^{+}(.) \le 1 \le \varepsilon_c^{-}(.)\right)$ باشد، بازده به مقیاس ثابت است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

برای معرفی روش ارایه‌شده در این مقاله، از داده‌هایی که در مرجع [۳۲] آمده است، استفاده می‌کنیم که چهار واحد با دو ورودی و یک خروجی است. مجموعه امکان تولید آن در شکل ۱ ارایه شده‌است. جدول داده‌ها و نتایج تحلیل داده و همچنین جدول نتایج کشسانی مقیاس قبل و بعد از آن‌که تصویر واحدهای ناکارا را روی مرز کارای تکنیکی و کارای هزینه آوردیم، به‌ترتیب در جداول ۱ تا ۶ ارایه شده‌است. از این جداول نتیجه می‌گیریم، این واحدها قبل و بعد از آن‌که تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی و یا کارای هزینه قرار بگیرند، دارای بازده به مقیاس ثابت می‌باشند.

جدول ۱. اطلاعات تحلیل داده‌ای قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا (c_1^-, c_2^- متغیرهای هزینه‌های ورودی و s_1^-, s_2^- متغیرهای کمبود ورودی و s^+ متغیر مازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

DMU	y	x_1	x_2	c_1	c_2	teq-e	s_1-	s_2-	s^+	Cost-e	$C(y_o;w_o)$
A	۱	۱	۴	۲	۳	۱	۰	۰	۰	۰/۷۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱/۵	۳	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۵	۱	۱/۵	۴	۱	۰	۰	۰	۰/۹۶	۱۱
D	۱	۶	۵	۱	۲	۰/۳۸۱	۰	۰	۰	۰/۳۸	۶



شکل ۱. مجموعه امکان تولید

جدول ۲. کشش مقیاس واحدها قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارا

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۱	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

جدول ۳. اطلاعات تحلیل داده‌ای بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی (s_1^-, s_1^- متغیرهای کمبود ورودی، s^+ متغیر مازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

DMU	y	x_1	x_2	teq-e	s_1-	s_2-	s^+	Cost-e	$C(y_o;w_o)$
A	۱	۱	۴	۱	۰	۰	۰	۰/۷۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۵	۱	۱	۰	۰	۰	۰/۹۶	۱۱
D	۱	۲/۲۸۶	۱/۹۰۵	۱	۰	۰	۰	۰/۹۸	۶

جدول ٤. کشش مقیاس واحدها بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۱	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

جدول ۵. اطلاعات تحلیل داده‌ای بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای هزینه (s_1^-, s_1^- متغیرهای کمبود ورودی و Yمتغیر مازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

DMU	y	x_1	x_2	teq-e	s_1-	s_2-	s^+	Cost-e	$C(y_o;w_o)$
A	۱	۰/۷۱۴	۲/۸۵۷	۱	۰	۰	۰	۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۴/۷۸۳	۰/۹۵۷	۱	۰	۰	۰	۰/۹۹	۱۰/۸۷۵
D	۱	۲/۲۵۰	۱/۸۷۵	۱	۰	۰	۰	۱	۶

جدول ٦. کشش مقیاس واحدها بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای هزینه

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۰/۸۷۵	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

٤ مطالعه کاربردی در صنعت قندوشکر

٤-۱ مطالعه کاربردی

صنعت قندوشکرکشور از سال ۱۲۷۴خورشیدی با احداث کارخانه‌ای توسط یک شرکت بلژیکی در محل کهریزک تهران آغاز به‌کارکرد. در چهاردهه نخست فعالیت، تولید و توزیع قندوشکر انحصاراً در دست دولت قرار داشته و از سال‌های۱۳۳۰ خورشیدی به بعد با اعطای مجوز به کارخانجات خصوصی رونق و شکوفایی واقعی این صنعت آغاز شده است [۳۳].

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

قندوشکر به‌عنوان یک ماده غذایی مورد نیاز بدن و اصلی‌ترین ماده شیرین‌کننده، علاوه بر مصرف بالای آن در سبد روزانه خانوار، بیشترین مصرف را در صنایعی ازجمله نوشابه‌سازی، کنسرو و کمپوت، شیرینی و شکلات دارد. این ماده غذایی ازجمله کالاهای ضروری درتمامی نقاط جهان است و علاوه براهمیت غذایی از لحاظ سیاسی و اقتصادی نیز، همواره به‌عنوان یک ماده استراتژیک مهم، مطرح و موردتوجه بوده است، بدین سبب اکثرکشورها سعی در تهیه و تولید آن داشته و تا حد امکان نیازهای داخلی خود را تأمین می‌نمایند و تعدادی ازکشورها نیز سهم بسزایی از درآمدهای خود را از صادرات این محصول به‌دست می‌آورند. درزمینه ایجاد اشتغال، هم به‌طورمستقیم توسط صنعت و هم به‌طورغیرمستقیم در بخش‌کشاورزی از اهمیت بالایی برخورداراست.

کشورهای در حال توسعه ۶۷ درصد از شکر جهانی را مصرف می‌کنند و انتظار می‌رود در آینده به‌ویژه آسیا با رشد تقاضا روبه‌رو شود و مصرف جهانی شکر روند صعودی خود را حفظ کند. با در نظر گرفتن رشد جمعیت نیز، نسبت موجودی شکر درکشور درحال کاهش می‌باشد و این موضوع افزایش تقاضای شکر را درپی خواهد داشت [۲۷] و [۳۴]. درحال حاضر فعالیت‌اصلی کارخانجات‌تولید قندوشکر، انجام کلیه امورتولیدی مربوط به صنعت قندسازی، تصفیه و استخراج‌شکر، استحصال‌شکر از چغندرقند و خدمات‌کارمزدی تصفیه شکرخام است و مهم‌ترین ماده‌مصرفی کارخانه، چغندرقند و شکرخام است و مواد اولیه تماماً از داخل تهیه می‌شوند (کارخانجات شکر، تنها در برخی از فصول سال برای استمرار فعالیت کارخانه و پیشگیری از بیکاری کارگران می‌توانند، مقداری شکرخام برای تصفیه وارد کنند) [۳۳]. همه این‌مطالب، پرداختن به موضوع کارایی و علی‌الخصوص کارایی هزینه وکشسانی مقیاس را برای صنایع قندوشکرکشور، موضوعی مورد علاقه کارشناسان اقتصادی قرار می‌دهد. مقاله حاضر با در نظر گرفتن پانزده کارخانه قندوشکر ایران که مربوط به‌سال ۱۳۹۳- خورشیدی است به‌محاسبه کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه ورودی‌محور [۳۵] می‌پردازد. تعداد ورودی‌های کارخانجات قندوشکرمورد مطالعه هجده و تعداد خروجی‌های آن چهارتا است که به چهارگروه ورودی و یک‌گروه خروجی به‌صورت زیر تقسیم شده‌اند:

۱- نیروی کارشامل: الف- تولید، کنترل‌کیفی ب- اداری، مالی، دفتری ج- فنی، برق
د- بازرگانی ه- کشاورزی و- سایر، خدمات

۲-انرژی شامل: الف- دیزل ب- برق‌مصرفی ج- گازمصرفی د- مازوت

۳- مواد اولیه شامل: الف- چغندرقند ب- شکرخام خریداری شده ج- سنگ‌آهک د- کیسه پروپیل
ه- ذغال‌کک

۴- سایر نهاده‌ها شامل: الف- تعمیرات و نگهداری ب- هزینه خرید خدمات ج- حقوق و دستمزد پیمانکاری

همچنین، خروجی کارخانجات قندوشکرعبارت است از:

الف- شکرسفید چغندری ب- تفاله خشک ج- ملاس د- شکرخام‌کارمزدی

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

برای برخی از کارخانجات، به‌جای هزینه هر واحد از ورودی، هزینه کل آن ورودی را برای سال ۱۳۹۳ خورشیدی داشته‌ایم. به همین دلیل از شاخص‌فیشر برای به‌دست آوردن هزینه هر واحد از ورودی استفاده نموده‌ایم. فرض کنیم، تعداد ورودی‌هایی که قیمت‌آنها معلوم است، Z باشد و قیمت ورودی‌های آنها برای سال‌پایه، یک باشد. شاخص‌فیشر ترکیبی از شاخص لاسپیرز و پاشه است، به‌عبارت بهتر، شاخص فیشرمیانگین هندسی شاخص لاسپیرز و پاشه است که به‌وسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_t = \sqrt{P_t \times L_t} \qquad (۱۶)$$

F_t و P_t و L_t به‌ترتیب شاخص فیشر و پاشه و لاسپیرز می‌باشد. شاخص لاسپیرز به‌وسیله رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$L_t = \frac{\sum_{i=1}^{z} p_i^t q_i^{\circ}}{\sum_{i=1}^{z} p_i^{\circ} q_i^{\circ}} \qquad (۱۷)$$

q_i^0 و p_i^0 به‌ترتیب مقدار و قیمت هرواحد از ورودی در زمان اولیه و p_i^t قیمت هرواحد از ورودی i در زمان t می‌باشد [۳۶]. شاخص‌پاشه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_t = \frac{\sum_{i=1}^{z} p_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^{z} p_i^{\circ} q_i^t} \qquad (۱۸)$$

q_i^t مقدار هرواحد از ورودی i درزمان t می‌باشد، سپس هزینه‌کل ورودی را به هزینه هرواحد از آن ورودی تقسیم می‌کنیم تا مقدارآن ورودی را به‌دست آوریم. ورودی‌ها یا خروجی‌هایی که قرار است در یک‌گروه قرار گیرند، اگر دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف باشند، از روش بی‌واحدکردن کمیت‌ها برای یکسان‌سازی واحدها استفاده می‌کنیم [۳۷]، برای این‌کار ماکزیمم مقدار ورودی‌هایی که دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف هستند را به‌دست می‌آوریم، سپس مقدار بقیه ورودی‌ها را به‌آن تقسیم می‌کنیم. پس از آن هزینه‌کل هرورودی را به مقدارجدید آن تقسیم می‌کنیم (واحد اندازه‌گیری نیروی- انسانی به نفرساعت، نفت‌گاز (دیزل) به لیتر، گازمصرفی و الکتریسیته و مازوت به مگاوات‌ساعت، چغندرقند و شکرخام به تن، سنگ‌آهک وکیسه‌پروپیل و زغال‌کک به کیلوگرم می‌باشد).

برای ادغام ورودی‌ها یا خروجی‌هایی که می‌خواهند در یک‌گروه قرار گیرند، ازمیانگین وزنی استفاده می‌نماییم. یعنی حاصل‌ضرب مقدار در هزینه هر ورودی را که می‌خواهیم، ادغام کنیم را به‌دست آورده، آنها را جمع نموده و سپس برجمع مقادیر آن ورودی‌ها، تقسیم می‌کنیم. برای نرمال‌سازی مقادیر ورودی برای به‌دست‌آوردن یک‌واحد از خروجی، مقدار خروجی را در قیمت‌آن ضرب کرده و خروجی‌جدید را به‌دست

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

می‌آوریم. سپس مقدار ورودی و خروجی را بر خروجی جدید تقسیم می‌کنیم، دراین‌صورت ورودی‌ها به مقدار-یک خروجی، نرمال خواهند شد.

از بین کارخانجات قندوشکر، با استفاده از برنامه‌گمز[1] واحدکارای هزینه را به‌دست آورده و سپس کارخانه‌ای که کم‌ترین هزینه را دارد با DMUO نشان‌می‌دهیم. گمز یکی ازنرم‌افزارهای مورداستفاده برای بهینه‌سازی است و اولین نرم‌افزار سیستمی برای ترکیب زبان‌ریاضی با برنامه‌نویسی سنتی به‌منظور توصیف کارایی و حل‌مسایل بهینه‌سازی است. گمز در بیشتر از ۱۲۰کشور با کاربرانی در دوبعد کلاسیک و رسمی در زمینه‌های مختلف مانند انرژی و برنامه‌ریزی تولید، مدل اقتصادی و بسیاری از مدل‌های دیگر استفاده‌می‌شود. اطلاعات پردازش‌شده بدون نرمال‌سازی برای یک‌شدن خروجی پانزده‌کارخانه در جدول ۷ آمده است:

جدول ۷. پانزده‌کارخانه قندوشکر با چهارورودی و یک‌خروجی

واحد	x_1	x_2	x_3	x_4	y
۱	۷۹۵۱۶۸	۱/۱	۱۶۷۹۱۸/۵	۷۳۷۹۵۴۹	۴۶۲۵۳
۲	۶۷۱۱۸۷	۱/۱	۱۶۲۸۴۰	۱۰۴۵۹۱۸۳	۶۹۱۸۷
۳	۷۳۴۲۲۰	۱/۱۴	۲۵۵۶۲۴	۲۲۱۰۴	۱۴۸۳۹۷
۴	۷۰۵۹۴۶	۱/۱۹	۱۷۲۴۵۷	۱۳۷۱۸	۹۹۲۰۸
۵	۶۷۳۹۸۷	۱/۰۷	۷۱۲۷۰	۱۴۵۸۶	۱۰۷۴۰۳
۶	۶۲۷۴۱۴	۱/۰۸	۸۲۶۱۳	۱۲۱۴۶	۶۷۳۷۴
۷	۱۳۲۰۹۱۰۷/۶۳	۲۶۴۶۶۸۹۹/۴۹	۱۷۵۸۹۶۴	۱۱۵۰۳۳۴۳۸	۱۲۹۰۱۲
۸	۱۰۵۴۸۳۹۱	۲۱۳۸۲۷۱۶/۹۸	۱۳۷۵۵۱۶	۹۶۸۴۲	۱۱۴۳۷۵
۹	۱۰۷۶۱۴۰۳	۱۸۹۶۹۶۶۶/۳۳	۱۳۸۹۱۷۰	۹۴۵۵۷۱۰۸/۹۸	۱۱۹۴۴۱
۱۰	۵۵۰	۲۹۰۴۷۰۰	۱۶۱۸۴۵	۷۸۸۳۰۰۰۰۰۰	۱۳۵۷۸۱
۱۱	۵۲۷	۳۰۵۹۹۵۱۹۴۷۷	۲۱۰۰۰۰	۷۹۴۸۶۲۴۲۸۳۶	۱۰۹۹۷۶
۱۲	۴۲۱	۲۹۱۹۶۵۸۴۹۹۸	۱۵۶۲۲۹	۱۱۸۶۲۳۲۷۱۵۵۶	۵۶۲۰۱
۱۳	۵۰۹	۶۲۳۳۵۹۶۱۳۸۱	۳۰۰۰۰۰	۱۴۳۷۶۱۷۸۶۹۰۵	۱۲۱۰۶۰
۱۴	۲۵۳	۶۶۷۶۵۵۳۷۴۵۴	۳۱۲۵۰۰	۳۳۸۰۴۱۴۴۰۸۵۲/۳	۱۰۴۹۴۳
۱۵	۲۳۸	۴۰۲۱۱۱۵۴۶۶۴	۳۲۵۷۲۵	۱۸۰۰۴۷۰۲۳۹۸۲/۲۰۲	۹۸۳۲۷

[1] GAMS

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

جدول ۸. اطلاعات نرمال‌شده با خروجی یک، قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا (c_1, c_2, c_3, c_4 هزینه‌های ورودی)

واحد	y	x_1	x_2	x_3	x_4	c_1	c_2	c_3	c_4
۱	۱	۰/۰۰۵۹۸۳۵۶۵۶۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۲۸	۰/۰۰۱۲۶۳۵۷۱۲۵	۰/۰۵۵۵۳۰۴۲۳۲۰	۱۳/۰۲	۵۹۲۸۱۶/۸۸	۴۳۷/۹۷	۱
۲	۱	۰/۰۰۴۹۱۰۴۶۵۶۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۰۵	۰/۰۰۱۱۹۱۳۵۲۳۸	۰/۰۷۶۵۲۰۳۴۲۳۹	۱۵/۴۹	۸۵۰۲۵۷/۳۳	۵۰۸/۷۲	۱/۱۷
۳	۱	۰/۰۰۲۸۹۸۵۹۶۷۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۵۰	۰/۰۰۱۰۰۹۱۶۷۴۰	۰/۰۰۰۰۸۷۲۶۳۴۷	۲۰/۳۳	۴۷۷۵۳۹۶/۳	۵۷۷/۶۴	۷۱۸/۹۹
۴	۱	۰/۰۰۴۲۲۴۷۴۲۳۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۷۱۲	۰/۰۰۱۰۳۲۰۷۱۰۰	۰/۰۰۰۰۸۲۰۹۵۵۴	۱۲/۲۲	۴۷۴۷۲۴۴/۸۵	۹۹۴/۰۴	۹۴۲/۵۰
۵	۱	۰/۰۰۵۰۶۰۳۶۹۸۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۰۳	۰/۰۰۰۵۳۵۱۰۳۱۴	۰/۰۰۰۱۰۹۵۱۳۳۲	۲۴/۷۰	۴۴۰۹۸۵۵/۳	۱۳۱۴/۶۷	۱۰۶۸/۸۸
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۳۹۶۹۸	۲۹/۱۶	۴۴۴۱۵۲۳/۳۱	۱۸۰۴/۸۲	۱۲۶۵/۱۹
۷	۱	۰/۰۰۰۰۱۱۳۱۲۲۶	۰/۰۰۰۰۲۲۶۶۶۲۱	۰/۰۰۰۰۰۱۵۰۶۳۷	۰/۰۰۰۰۹۸۵۱۴۴۴	۱۲۱۱/۸۹	۱۲۱۱/۸۹۱۱	۵۳۰۷۷۳/۲۳	۱۲۱۱/۸۹۱۱۰۲
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۸۴۲	۱۳۴۶/۴۶	۱۳۴۶/۴۶۱۲۶	۵۸۹۷۱۱/۰۶	۱۲۴۶/۴۶۱۲۵۸
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۵۴۴	۰/۰۰۰۰۱۶۱۲۱۱۳	۰/۰۰۰۰۰۱۱۸۰۵۷	۰/۰۰۰۰۸۰۳۵۸۱۵	۱۵۱۷/۷۴	۱۵۱۷/۷۳۸۷۷	۶۶۴۷۲۵/۷	۱۵۱۷/۷۳۸۸۷۳
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۰	۰/۰۰۰۰۰۳۱۵۵۹۷	۰/۰۰۰۰۰۰۱۷۵۸۵	۰/۰۸۵۶۴۹۰۳۳۴۵	۱۱۰۱۸۳۶۳۶	۱	۵۸۷۲۸۳۵/۱	۱
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۲۱۷۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۴۳	۱۳۸۲۸۰۸۳۵	۱/۱۴۱۹۴۶۰۴	۶۶۶۹۷۰۹/۵	۱/۱۴۱۹۴۶۰۳۷
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۵	۰/۰۳۷۸۵۰۷۴۰۴۴	۰/۰۰۰۰۰۰۲۰۲۵۴	۰/۱۵۳۷۸۴۳۷۷۹۴	۶۷۸۸۱۲۳۵	۰/۶۵۸۷۰۷	۳۸۸۲۷۸۰	۰/۶۵۸۷۰۷
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۴	۰/۰۶۶۱۹۶۴۰۳۲۲	۰/۰۰۰۰۰۰۳۱۸۵۸	۰/۱۵۲۶۶۴۸۹۸۴۵	۱۷۷۱۴۷۳۴۸	۰/۵۶۰۵۵۹۲۵	۳۰۰۱۰۲۶/۷	۰/۵۶۰۵۵۹۲۵۴
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۰	۰/۰۷۸۲۱۴۴۰۵۷۴	۰/۰۰۰۰۰۰۳۶۶۰۹	۰/۳۹۶۰۰۸۳۵۱۳۰	۳۲۷۹۵۲۵۶۹	۰/۴۴۳۰۷۲۹	۲۰۴۷۱۸۷/۲	۰/۴۴۳۰۷۲۸۹۶
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۵	۰/۰۴۲۳۴۸۴۳۷۹۸	۰/۰۰۰۰۰۰۳۴۳۰۴	۰/۱۸۹۶۱۶۷۹۳۹۶	۳۶۴۳۶۵۵۴۶	۰/۴۷۴۹۹۲۵۸	۲۱۸۵۰۱۵	۰/۴۷۴۹۹۲۵۷۸

مشاهده می‌گردد، واحدهای ۶ و۸ و۱۴ کارای هزینه است و DMU_{14} دارای کمترین هزینه می‌باشد. اطلاعات تحلیل داده‌ای و کشسانی مقیاس به‌شرحی که برای جداول ۹ و۱۰ ارایه شده است، بعد از آنکه تصویر واحدهای ناکارا را روی مرزکارای هزینه به‌دست آوردیم در جدول ۱۴آورده شده است. مشاهده می‌گردد، واحد ۵ و واحدهای ۷ الی ۱۲کارای هزینه و واحد ۱۲ دارای کم‌ترین هزینه می‌باشد. از این جداول نتیجه گرفتیم، این واحدها قبل و بعد از آن‌که تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی و یاکارای هزینه قرار بگیرند، دارای بازده به مقیاس ثابت می‌باشند.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

جدول ۹. اطلاعات تحلیل داده‌ای قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا ($s_1^-, s_2^-, s_3^-, s_4^-$ متغیرهای کمبود ورودی و $s+$ متغیر مازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

واحد	teq-e	s_1-	s_2-	s_3-	s_4-	$s+$	Cost-e	$C(y_o;w_o)$
۱	۰/۶۴۹۹۹۵۳۱	۰/۰۰۰۵۸۸۶۳	۰	۰	۰/۰۳۶۰۱۱۴۲	۰	۰/۴۱	۰/۲۸۳۰۶۵۹۴
۲	۰/۶۷۸۰۵۳۹۷	۰	۰	۰	۰/۰۵۱۸۰۱۷۷	۰	۰/۴۳	۰/۳۳۱۳۳۹۱۱
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۶۴	۰/۴۶۷۷۵۵۲۸
۴	۰/۹۳۷۳۷۱۶۹	۰/۰۰۰۰۶۷۵۰	۰	۰/۰۰۰۴۲۲۷۱	۰	۰	۰/۵۸	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷
۵	۰/۹۷۰۷۶۷۳۲	۰/۰۰۰۹۶۷۳۴	۰	۰	۰/۰۰۰۰۰۲۵۹	۰	۰/۹۱	۰/۸۹۲۲۲۵۸۴
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۷۹۷۳۳۹۵
۷	۰/۸۰۸۸۱۶۹۹	۰	۰/۰۰۰۰۰۲۱۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴	۰	۰	۰/۷۳	۰/۷۰۲۰۶۶۱۵
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۸۰۰۲۴۶۰
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۸۷۹۲۴۸۲۴
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۴	۰/۹۹۷۳۵۲۵۷
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۳۸۱۰۲۳۵
۱۲	۰/۷۳۷۸۸۲۲۶	۰	۰/۰۰۶۱۵۲۹۸	۰	۰/۰۵۶۹۰۷۶۹	۰	۰/۶۹	۰/۶۵۷۳۳۸۸۲
۱۳	۰/۴۶۹۱۰۹۳۲	۰	۰/۰۰۹۲۷۶۹۴	۰	۰/۰۱۵۰۴۹۴۵	۰	۰/۴۸	۰/۵۵۸۸۵۲۶۴
۱۴	۰/۴۰۸۲۳۱۶۰	۰	۰/۰۱۰۱۵۳۱۸	۰	۰/۱۰۵۰۹۶۰۵	۰	۰/۴۴	۰/۴۶۳۶۵۷۲۵
۱۵	۰/۴۴۵۸۸۸۳۳	۰	۰	۰	۰/۰۲۴۱۱۵۷۵	۰	۰/۵۳	۰/۵۰۰۴۱۲۵۵

جدول ۱۰. کشش مقیاس واحدها قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا

واحد	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
۱	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	$+\infty$
۲	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۳۳۱۳۳۹۱۱	$+\infty$
۳	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	$+\infty$
۴	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	$+\infty$
۵	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	$+\infty$
۶	۸۰۰۰۰۰	۰	−۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	$+\infty$
۷	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	$+\infty$
۸	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	$+\infty$
۹	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	$+\infty$
۱۰	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۹۹۷۳۵۲۵۷	$+\infty$
۱۱	۸۰۰۰۰۰	۰	−۱/۱۳۸۱۰۲۳۵	$+\infty$
۱۲	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۶۵۷۳۳۸۸۲	$+\infty$
۱۳	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۵۵۸۸۵۲۶۴	$+\infty$
۱۴	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۴۶۳۶۵۷۲۵	$+\infty$
۱۵	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۵۰۰۴۱۲۵۵	$+\infty$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

جدول ۱۱. اطلاعات نرمال‌شده با خروجی یک، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارای تکنیکی

واحد	y	x_1	x_2	x_3	x_4
۱	$\hat{y}$	۰/۰۰۳۳۰۰۶۵۹۵۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۳۸	۰/۰۰۰۸۲۱۳۱۵۳۸	۰/۰۰۰۰۸۳۰۹۴۶۴
۲	۱	۰/۰۰۳۳۲۹۵۶۰۷۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۴۶	۰/۰۰۰۸۰۷۸۰۱۲۱	۰/۰۰۰۰۸۳۱۵۱۹۵
۳	۱	۰/۰۰۲۸۹۸۵۹۶۷۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۴۵۰	۰/۰۰۱۰۰۹۱۶۷۴۰	۰/۰۰۰۰۸۷۲۶۳۴۷
۴	۱	۰/۰۰۳۸۹۲۶۵۳۸۹	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۶۸	۰/۰۰۰۵۴۴۷۲۴۱۴	۰/۰۰۰۰۷۶۹۵۴۰۳
۵	۱	۰/۰۰۳۹۴۵۱۰۱۶۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۷۸۰	۰/۰۰۰۵۱۹۴۶۰۶۴	۰/۰۰۰۱۰۳۷۲۱۹۵
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۳۹۶۹۸
۷	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۹۵۵	۰/۰۰۰۰۱۶۱۵۲۸۱	۰/۰۰۰۰۰۰۱۱۷۸۳۸	۰/۰۰۰۰۷۹۶۸۰۱۵
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۸۴۲
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۵۴۴	۰/۰۰۰۰۱۶۱۲۱۱۳	۰/۰۰۰۰۰۱۱۸۰۵۷	۰/۰۰۰۰۸۰۳۵۸۱۵
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۰	۰/۰۰۰۰۰۳۱۵۵۹۷	۰/۰۰۰۰۰۰۱۷۵۸۵	۰/۰۸۵۶۴۹۰۳۳۴۵
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۲۱۷۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۴۳
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۴۰	۰/۰۲۱۷۷۶۴۰۹۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۳۵
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۵	۰/۰۲۱۷۷۶۴۰۹۷۰	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۶۷۰
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۲	۰/۰۲۱۷۷۶۴۱۲۰۰	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۲۸۶
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۱	۰/۰۱۸۸۸۲۶۷۴۲۹	۰/۰۰۰۰۰۰۱۵۲۹۶	۰/۰۶۰۴۳۲۱۶۵۶۰

جدول ۱۲. اطلاعات تحلیل داده‌ای و کشش مقیاس، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارای تکنیکی (s_1^-, s_2^-, s_3^-, s_4^- متغیرهای کمبود ورودی و $s+$ متغیر مازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

واحد	teq-e	s_1-	s_2-	s_3-	s_4-	$s+$	Cost-e	$C(y_o;w_o)$	ω_0^+	ε_c^+	ω_0^-	ε_c^-
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۷۰	۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	+∞
۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۷۱	۰/۳۳۱۳۳۹۱۱	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۳۳۱۳۳۹۱	+∞
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۶۴	۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	+∞
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	+∞
۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	+∞
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	۸۰۰۰۰۰	۰	−۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	+∞
۷	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	+∞
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	+∞
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	+∞
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۲	۰/۹۶۹۳۶۰۳۲	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۹۶۹۳۶۰۳۲	+∞
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۱/۱۰۲۹۷۱۹۹	۸۰۰۰۰۰	۰	−۱/۱۰۲۹۷۱۹۹	+∞
۱۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۶۴۰۰۹۳۵۳	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۶۴۰۰۹۳۵۳	+∞
۱۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۵۱۳۸۴۸۲۲	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۵۱۳۸۴۸۲۲	+∞
۱۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۳۸۰۳۴۰۶۵	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۳۸۰۳۴۰۶۵	+∞
۱۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۴۰۷۸۴۵۲۰	۸۰۰۰۰۰	۰	−۰/۴۰۷۸۴۵۲۰	+∞

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

جدول ۱۳. اطلاعات نرمال‌شده با خروجی یک، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارای هزینه

واحد	y	x_1	x_2	x_3	x_4
۱	۱	۰/۰۰۲۴۵۳۲۶۱۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۳۳۹	۰/۰۰۰۵۱۸۰۶۴۲۱	۰/۰۲۲۷۶۷۴۷۳۵۱
۲	۱	۰/۰۰۲۱۱۱۵۰۰۲۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۳۴۶	۰/۰۰۰۵۱۲۲۸۱۵۲	۰/۰۳۲۹۰۳۷۴۷۲۳
۳	۱	۰/۰۰۱۸۵۵۱۰۱۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۲۸۸	۰/۰۰۰۶۴۵۸۶۷۱۴	۰/۰۰۰۰۵۵۸۴۸۶۲
۴	۱	۰/۰۰۲۴۵۰۳۵۰۵۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۱۳	۰/۰۰۰۵۹۸۶۰۱۱۸	۰/۰۰۰۰۴۷۶۱۵۴۱
۵	۱	۰/۰۰۴۶۰۴۹۳۶۵۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۷۳۱	۰/۰۰۰۴۸۶۹۴۳۸۵	۰/۰۰۰۰۹۹۶۵۷۱۲
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۳۹۶۹۸
۷	۱	۰/۰۰۰۰۰۸۲۵۷۹۵	۰/۰۰۰۰۱۶۵۴۶۳۳	۰/۰۰۰۰۰۱۰۹۹۶۵	۰/۰۰۰۰۷۱۹۱۵۵۴
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۰۰۸۸۴۲
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۸۵۰۵۲۶	۰/۰۰۰۰۱۴۹۹۲۶۵	۰/۰۰۰۰۰۱۰۹۷۹۳	۰/۰۰۰۰۷۴۷۳۳۰۸
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۰	۰/۰۰۰۰۰۲۶۵۱۰۱	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۷۷۱	۰/۰۷۱۹۴۵۱۸۸۱۰
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۲۱۷۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۴۳
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۲۶۱۱۷۰۱۰۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۱۳۹۷۵	۰/۱۰۶۱۱۱۲۲۰۷۸
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۶	۰/۰۳۱۷۷۴۲۷۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۰۱۵۲۹۲	۰/۰۷۳۲۷۹۱۵۱۲۶
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۳	۰/۰۳۴۴۱۴۳۳۸۵۲	۰/۰۰۰۰۰۰۱۶۱۰۸	۰/۱۷۴۲۴۳۶۷۴۵۷
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۳	۰/۰۲۲۴۴۴۶۷۲۱۳	۰/۰۰۰۰۰۰۱۸۱۸۱	۰/۱۰۰۴۹۶۹۰۰۸۰

جدول ۱٤. اطلاعات تحلیل داده‌ای وکشش مقیاس، بعد ازتصویر واحد های ناکارا روی مرزکارای هزینه (S_1^-, S_2^-, S_3^-, S_4^- متغیرهای‌کمبود ورودی و $s+$ متغیرمازاد خروجی و teq-e کارایی تکنیکی و cost-e کارایی هزینه)

واحد	teq-e	s_1-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	$s+$	Cost	$C(y_o;w_o)$	ω_0^+	ε_c^+	ω_0^-	ε_c^-
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۸	۰/۲۷۷۶۵۶۶۱	۸۰۰۰۰	۰	/۲۷۷۶۵۶۶۱	+∞
۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۳۲۵۳۸۱۴۳	۸۰۰۰۰	۰	/۳۲۵۳۸۱۴۳	+∞
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۴۴۹۵۵۱۶۴	۸۰۰۰۰	۰	/۴۴۹۵۵۱۶۴	+∞
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	۸۰۰۰۰	۰	/۷۰۸۰۷۵۸۷	+∞
۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	۸۰۰۰۰	۰	/۸۹۲۲۲۵۸۴	+∞
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۱/۱۷۱۶۷۸۹۹	۸۰۰۰۰	۰	/۱۷۱۶۷۸۹۹	+∞
۷	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۰۰۸۸۰۱۶	۸۰۰۰۰	۰	/۷۰۰۸۸۰۱۶	+∞
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۷۸۷۰۶۹۲	۸۰۰۰۰	۰	/۷۷۸۷۰۶۹۲	+∞
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۸۷۷۷۶۲۹۴	۸۰۰۰۰	۰	/۸۷۷۷۶۲۹۴	+∞
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۹۹۴۴۵۳۸۱	۸۰۰۰۰	۰	/۹۹۴۴۵۳۸۱	+∞
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۳۵۱۶۷۸۴	۸۰۰۰۰	۰	/۱۳۵۱۶۷۸۴	+∞
۱۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۶۵۴۹۹۱۴۳	۸۰۰۰۰	۰	/۶۵۴۹۹۱۴۳	+∞
۱۳	۹۵۹۶۹۳۳۳	۰	۰۰۷۵۱۱۷۶	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۵۵۸۸۵۲۶۴	۸۰۰۰۰	۰	/۵۵۸۸۵۲۶۴	+∞
۱۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۴۴۴۶۸۵۳۲	۸۰۰۰۰	۰	/۴۴۴۶۸۵۳۲	+∞
۱۵	۷۹۸۳۲۴۲۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰/۴۷۸۵۶۲۲۹	۸۰۰۰۰	۰	/۴۷۸۵۶۲۲۹	+∞

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این مقاله به‌شرح کشسانی مقیاس در مدل کارایی هزینه ورودی محور پرداخته است. کشسانی مقیاس عبارت است از ارایه مقدار عددی برای بازده به مقیاس واحد مورد بررسی. برای تشریح موضوع از مدل کاربردی کارخانجات قندوشکری که از چغندرقند استفاده می‌کنند و هجده ورودی و چهار خروجی دارند، بهره برده‌ایم. کلیه عملیات مورد نیاز جهت آماده‌سازی داده‌ها، ازجمله به‌دست‌آوردن هزینه هر واحد، ادغام و نرمال‌سازی داده‌هایی با واحدهای اندازه‌گیری مختلف و ارایه واحدهایی با چهار ورودی ویک خروجی را بیان نمودیم. جداول کارایی هزینه و کشسانی مقیاس این واحدها، قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارا را ارایه کردیم. پس ازتحلیل جداول به‌دست‌آمده و مقدار حداقل و حداکثر ω_0 نتیجه گرفتیم، این واحدها دارای بازده به مقیاس ثابت می‌باشند، یعنی هر افزایشی در ورودی این واحدها منجر به همان میزان افزایش درخروجی آنها خواهد شد. قبل از تصویر واحدها به مرز کارای تکنیکی واحدهای۶، ۸ و۱۱ کارای هزینه و واحد ۸ دارای کم‌ترین هزینه بوده است. پس از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارای تکنیکی، واحدهای ۶ ، ۸ و۱۴ کارای هزینه و واحد ۱۴ دارای کم‌ترین هزینه بوده است. از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارای هزینه نتیجه گرفتیم واحد ۵ و واحدهای ۷ الی ۱۲کارای هزینه و واحد ۱۲ دارای کم‌ترین هزینه می‌باشد. همچنین نتیجه گرفتیم، کشش مقیاس قبل ازتصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارا با کشش مقیاس بعد ازتصویر واحدهای ناکارا روی مرزکارای تکنیکی یا کارای هزینه، تفاوتی ندارد که می‌تواند به‌صورت دو قضیه در تحقیقات آتی ارایه و اثبات گردد. نتایج به‌دست آمده از این مقاله برای کارخانجات قندوشکر نشان می‌دهد که کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه به‌راحتی قابل ارایه برای تعیین مقدار عددی بازده به مقیاس می‌باشد. این تحلیل کمک می‌کند تا تصویر درستی از نتایج کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه بر عملکرد کارخانجات داشته باشیم، یعنی اگر یک کارخانه قصد توسعه منابع به‌منظور دستیابی به سود بیشتر و یا کم‌کردن منابع با توجه به سیاست‌های قیمت بازار را داشته باشد، قبل از اقدام با استفاده ازکشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه، نتایج را پیش‌بینی کرده و تصمیم به‌اقدام برای توسعه و یا کم‌کردن منابع می‌گیرد و از خسارت‌های جبران‌ناپذیر جلوگیری می‌نماید. زمانی که ورودی‌ها ناهمگن هستند، به‌منظور به‌حساب‌آوردن وضعیتی که قیمت‌های ورودی شرکت‌ها متفاوت یا تفاوت‌های کیفی در منابع وجود داشته‌باشند، مدل کارایی هزینه، مبتنی بر مقدار تن [۲۰] (با برپاسازی مجموعه تولید در فضای هزینه خروجی) می‌باید، جایگزین شود، این مدل بیشتردر DEA جهت‌دار (برای توسیع اندازه مقدار محور جهت‌دار) برای ناکارایی تکنیکی گسترش یافته است [۳۸، ۳۹، ۴، ۱۶]. مدل‌های خروجی محور برای ارزیابی کارایی درآمد و سود و در نظر داشتن قیمت نامعین ورودی برای ارزیابی کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه، موضوع جالبی برای تحقیقات آتی خواهد بود.

منابع

[1] Kordrostami, S., Amirteimoori, A., Masoumzadeh, A. (2015). Evaluating the performance of staff and branches of Saderat bank of Guilan using the data envelopment analysis. Journal of Operational Research in its Applications, 12(2), 125-137.

[2] Hanoch, G. (1970). Homotheticity in joint production. J. Econ. Theory, 2, 423–426.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]

[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

[3] Panzar, J. C.,Willig, R. D. (1977). Economies of scale in multi output production. Q. J. Econ., XLI, 481–493.
[4] Baumol, W. J., Panzar, J. C., Willig, R. D. (1982). Contestable markets and theory of industrial structure. NewYork: Harcourt Brace Jovanovich.
[5] Hosseinzadeh Lotfi, F., Ghelej Beigi, Z., Gholami, K., Aghayi, N. (2011). Classification sensitivity analysis of returns to scale in DEA. Journal of Operational Research in its Applications, 8(3), 115-124.
[6] Payan, A., Rahmani Perchikolaei, B. (2020). Expansionary-contradictory policies in stock companies using left and right returns to scales in data envelopment analysis models. Journal of Operational Research in its Applications, 17(1), 119-137.
[7] Podinovski, V. V., Finn, R. F. (2020). Scale Elasticity and Returns to Scale. In S. C. Ray et al. (Eds.), Handbook of Production Economics, pp. 1-39. Singapore: Springer.
[8] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Manage. Sci., 30, 1078-1092.
[9] Kazemi Matin, R. (2018). Scale elasticity in DEA models: review and new results. I*ranian Data Envelopment analysis* Society. Website http://irandeas.ir/files/site1/files/SE+ND+UD_IDEAS-1.pdf.
[10] Sahoo, Biresh K., Tone, K. (2015). Scale elasticity in non-parametric DEA approach**.** In Joe Zhu (ed.), data envelopment analysis, pp. 269-290. New York: Springer.
[11] Frisch, R. (1965). Theory of production. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
[12] Sueyoshi, T. (1999). DEA duality on returns to scale (RTS) in production and cost analyses: an occurrence of multiple solutions and differences between production based and cost based RTS estimates. Manage. Sci.,45, 1593– 1608.
[13] Cesaroni, G., Kerstenss, K., Van de Woestyne, I. (2020). The shape of ray average cost and Its role in multioutput scale economies: Some Generalisations. "Working Papers 2020-EQM-03", IESEG School of management.
[14] Fare, R., Grosskopf, S. (2006). Resolving a strange case of efficiency. J. Oper. Res. Soc., 57, 1366–1368.
[15] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of Royal Statistical Society, Series (A) 120, 253-290.
[16] Fukuyama, H., Weber, W. L. (2004). Economic inefficiency measurement of input spending when decision making units face different input prices. J. Oper. Res. Soc., 55, 1102–1110.
[17] Grosskopf, S., Yaisawarng, S. (1990). Economies of scope in the provision of local public services. Nat. Tax J., 43, 61–74.
[18] Sahoo, B. K., Kerstens, K., Tone, K. (2012). Returns to growth in a non-parametric DEA approach. Int. Trans. Oper. Res., 19, 463–486.
[19] Sahoo, B. K., Sengupta, J. K., Mandal, A. (2007). Productive performance evaluation of the banking sector in India using data envelopment analysis. Int. J. Oper. Res., 4, 1–17.
[20] Sahoo, B. K., Tone, K. (2009a). Decomposing capacity utilization in data envelopment analysis: an application to banks in India. Eur. J. Oper. Res., 195, 575–594.
[21] Sengupta, J. K. (1999). A dynamic efficiency model using data envelopment analysis. Int. J. Prod. Econ., 62, 209–218.
[22] Sengupta, J. K. (2002). Economics of efficiency measurement by the DEA approach. Appl. Econ., 34, 1133–1139.
[23] Sengupta, J. K. (2004). The survivor technique and the cost frontier: a nonparametric approach. Int. J. Product Econ., 87, 185–193.
[24] Sengupta, J. K. (2005a). Nonparametric efficiency analysis under uncertainty using data envelopment analysis. Int. J. Prod. Econ., 95, 39–49.
[25] Sengupta, J. K. (2005b). Data envelopment analysis with heterogeneous data: an application. J. Oper. Res. Soc. 56, 676–686.
[26] Sahoo, B. K., Tone, K. (2009b). Radial and non-radial decompositions of profit change: with an application to Indian banking. Eur. J. Oper. Res., 196, 1130–1146.
[27] Karim Shahi, M. (2016). Fundamental review of the sugar industry. World Economy. (in Persian). https://jahaneghtesad.com/بررسی-بنیادی-صنعت-قند-و-شکر/
[28] Zare, S., Monazzam, MR., Behzadi, M., Hasanvand, D., Ahmadi, S. (2017). Hearing loss among Fasa sugar factory workers', Fars Provincre, Iran. JOHE, 6 (2), 70-76.
[29] Yazdani, S., Rahimi, R. (2012). Evaluation of the efficiency of sugar beet production in Qazvin plain, Iran. Journal of Sugar Beet, 28 (2), 113-118.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]

[30] Ganji, N., Yazdani, S., Saleh, A. (2018). Identifying the factors affecting the efficiency of water input in wheat production of Alborz province (data envelopment analysis approach). Iranian Journal of Economic Research and Agricultural Development, 49-2 (1), 13-22.
[31] Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Rezaitabar, A. (2006). An improvement to the cost efficiency interval: a DEA-based approach. Applied Mathematics and Computation, 181(1), 775- 781.
[32] Jahanshahloo, G. R., Roshdi, I., Davtalab-olyaie, M. (2013). Characterzing and finding full dimensional efficiency facets of PPS with constant returns to scale technology. Science and Research Branch (IAU), Vol. 5, 290- 301.
[33] Cherkat Kargozari Bank Ayande (in Persian) (2016). Analysis of Ghazvin sugar mills. www.old.babc.ir/tbsc/Reports/sadabadi
[34] Yazdanbakhsh, S., Elahi, M., Shahnooshi Forooshani, N. (2012). Economic evaluation of sugar industry from macro management perspective. Paper presented at the 34th annual seminar on sugar factories in Iran, Mashad: Sugar Hall, September 18-19 2012.
[35] Kazemi Matin, R., Najafi, S. S. (2014). Aggregation of Farrell efficiency indices: input oriented with cost function. Journal of Operational Research in its Applications, 11(1), 105-117.
[36] Taheri Akerdi, A., Ramzanzadeh Zeidi, A., Eghbal, M. R. (2015). Investigate the relationship between point to point inflation and the Tehran stock exchange overall index. Indian Journal Of Fundamental And Applied Life Sciences, Vol. 5 (S2), 135-143.
[37] Hubber, David (2015). How to do units and scaling right. Excellence Cluster Universe.
[38] Chambers, R. G., Chung, Y., Fare, R. (1996). Benefit and distance functions. J. Econ. Theory 70, 407–419.
[39] Chambers, R. G., Chung, Y., Fare, R. (1998). Profit, directional distance functions and Nerlovian efficiency. J. Optim. theory Appl, 98, 351–364.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2022.19.2.2.4]
[DOI: 10.52547/jamlu.19.2.39]