مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره چهارم (پیاپی ۷۱)، زمستان ۰۰، ص ص ۱۳۵-۱۲۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه یک مدل چندهدفه برای برنامه‌ریزی موجودی چندمحصولی و چند دوره‌ای با محصولات جانشین دارای تقاضای تصادفی و حل با استفاده از الگوریتم‌های NSGA II و تکامل تفاضلی

رامین صادقیان[1*]، امیرحسین حسنی[2]
۱- دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، ایران
۲- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، ایران

رسید مقاله: ۲۱ تیر ۱۳۹۹
پذیرش مقاله: ۱۵ فروردین ۱۴۰۰

چکیده
در این پژوهش یک مدل کنترل موجودی سه‌هدفه با فرض جانشینی اقلام ارایه گردیده است که تقاضا در آن احتمالی است. توابع هدف به ترتیب به دنبال بیشینه‌سازی سود، کمینه کردن ریسک مواجهه با کمبود و نارضایتی ناشی از جانشینی اقلام می‌باشند. برخی دیگر از فرضیات پژوهش عبارتند از: برنامه‌ریزی چند دوره‌ای و چند محصولی است، پارامترهایی از قبیل هزینه نگهداری، سفارش‌دهی و کمبود در دوره برنامه‌ریزی ثابت هستند. همچنین کمبود از نوع فروش از دست‌رفته است، میزان موجودی در ابتدای دوره اول بسیار ناچیز است (می‌تواند صفر باشد) و موجودی باقی‌مانده در انتهای هر دوره به دوره بعد منتقل می‌شود. از آنجا که مدل‌های مشابه پیشین همه به صورت تک هدفه می‌باشند به منظور مقایسه، تابع هدف اول مدل خود را در ابعاد کوچک به صورت مجزا در دو حالت با و بدون جانشینی حل نمودیم که نتایج به‌دست آمده، همانند مدل‌های مشابه بهبود سوددهی را نشان می‌دهد. همچنین مدل به صورت کامل، یک‌بار به روش LP-Metric در ابعاد کوچک برای مشاهده روند تغییر پاسخ و یک‌بار هم با روش‌های فراابتکاری الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم و الگوریتم تکامل تفاضلی در ابعاد متوسط حل‌شده است و پاسخ‌ها با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند.

کلمات کلیدی: برنامه‌ریزی موجودی، محصولات جانشین، چندمحصولی، چند دوره‌ای، فرا ابتکاری.

۱ مقدمه
در برنامه‌ریزی موجودی، بعضی اوقات رفع تقاضا از طریق کالاهای اصلی وجود ندارد و نیاز است در صورتی‌که متقاضیان و مشتریان می‌توانند به جای کالاهای اصلی از کالاهای جانشین استفاده کنند، از این طریق رفع نیاز

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: sadeghian@pnu.ac.ir

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

مشتریان را تا حدود زیادی اعمال نمود. نحوه اعمال این رویکرد و مدلسازی آن در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تاکنون در تحقیقات انجام‌شده این امر به اثبات رسیده است که در نظر گرفتن مساله جانشینی منجر به بهبود سوددهی مجموعه خواهد شد[۱ - ۳]، همچنین گئونس در مقاله برنامه‌ریزی نیازمندی‌ها با امکان جانشینی اجزا در ابعاد بسیار بزرگ به این مساله اشاره می‌کند، که در این نوع مسایل نیز در صورت در نظر گرفتن مقوله جانشینی نتایج بهتری خواهیم داشت[۴]. در مورد مساله جانشینی می‌توان گفت زمانی که یک کمپانی علاوه بر تولید محصول به کار بازتولید محصول نیز می‌پردازد، جانشینی یک طرفه از سمت تولیدکننده می‌تواند رخ دهد[۵، ۶]. همچنین جانشینی در یک زنجیره‌تامین با دو محصول نیز مورد بحث و بررسی واقع شده است[۷]. جانشینی در مدل سفارش هم‌زمان دو محصول [۹-۸] و مقدار سفارش اقتصادی با تقاضای وابسته به موجودی نیز برای دو محصول بررسی گردیده است[۱۰]. جانشینی به صورت یک طرفه در مدل مرور دوره‌ای با دو قلم کالا نیز مورد بحث واقع شده است که هدف این مدل کمینه نمودن هزینه‌های مورد انتظار طی دوره برنامه‌ریزی می‌باشد[۱۱]. در زمینه محصولات فسادپذیر نیز یک مدل کنترل موجودی و قیمت‌گذاری چند محصولی محدودشده با در نظر گرفتن سه رابطه جانشین، مکمل‌یابی ارتباط، با هدف یافتن قیمت و مقدار بهینه‌ای که سود کل را بیشینه نماید مورد بررسی قرار گرفته است [۱۳-۱۲].

همچنین در صورتی که بخواهیم به جنبه‌های دیگر مدل از جمله چندهدفه بودن، چند دوره‌ای بودن و چند محصولی بودن بپردازیم، پژوهش‌هایی با برخی فرضیات مشابه که می‌توان به آن‌ها اشاره نمود عبارتند از: مدلی برای برنامه‌ریزی چند محصولی و چند دوره‌ای با فرض تخفیف و تورم [۱۷-۱۴]، مدلی برای تعیین مقدار بهینه سفارش و نقطه سفارش مجدد با هدف بیشینه‌سازی سود[۱۸]، مساله کنترل موجودی احتمالی تک محصولی با دو حالت سفارش‌دهی سریع و سفارش با مدت تحویل یک دوره[۱۹]، مدلی دوهدفه که یکی از اهداف به دنبال کمینه‌نمودن هزینه و هدف دیگر به دنبال بیشینه‌سازی سطح سرویس می‌باشد[۲۰]، سیستم موجودی چندمحصولی با پاسخگویی سریع و محدودیت سرمایه درگیر در موجودی که تقاضای اقلام موجودی در آن به یکدیگر وابسته است[۲۱].

در مقالات مشابه یا برنامه‌ریزی برای یک دوره انجام می‌گردد[۲]، یا تقاضا احتمالی نیست [۱۱-۸] و یا برنامه‌ریزی حداکثر برای دو محصول مشابه است [۱۱-۸]، در مواردی هم که تقاضا احتمالی و برنامه‌ریزی چندمحصولی و چند دوره‌ای است تنها یک تابع هدف وجود دارد که به بیشینه‌سازی سود یا کمینه‌سازی هزینه‌ها می‌پردازد [۳-۱] و [۱۶].

اشنایدر[1] در مقاله خود تحت عنوان سطح سرویس در سیستم‌های کنترل موجودی توضیح می‌دهد که در سیستم‌های مرور دوره‌ای، سفارش تا سطح معین موجودی نسبت به سفارش اندازه اقتصادی منجر به نتایج بهتری می‌گردد[۲۲]. با توجه به این موضوع و این‌که در این مدل شیوه مرور دوره‌ای در نظر گرفته می‌شود، بنابراین از

[1] Schneider

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

رویکرد سفارش تا سطح معین موجودی استفاده می‌شود. تحقیقات مرتبط دیگری هم در این راستا قابل استناد است [۲۹-۲۳].

مقاله حاضر یک مدل سه هدفه برنامه‌ریزی چندمحصولی و چند دوره‌ای با فرض وجود جانشینی و احتمالی بودن تقاضا می‌باشد، که علاوه بر این که به طور جامع موارد موجود در مقالات مشابه را در بر می‌گیرد، سه هدفه نیز می‌باشد. هدف اول به دنبال بیشینه‌سازی سود، هدف دوم به دنبال کمینه‌کردن ریسک مواجهه با کمبود و هدف سوم به دنبال کمینه‌کردن نارضایتی ناشی از جانشینی اقلام می‌باشد.

از طرفی مساله کمبود در زمانی که امکان جانشینی وجود داشته باشد مانند مدل‌های کلاسیک صرفا باعث تحمیل هزینه به سیستم موجودی نخواهد بود و حتی نسبت به حالت بدون جانشینی ممکن است باعث افزایش سود نیز شود، بنابراین در پژوهش حاضر این موضوع نیز بررسی می‌شود. همچنین اکثر مدل‌های مورد بررسی تنها زمانی کاربرد دارند که اقلام موجودی حتما قابلیت جانشین شدن با یکدیگر را داشته باشند؛ بنابراین به دنبال ارایه مدلی هستیم که مشکل فوق را نداشته باشد و در این پژوهش اقلام می‌توانند با هر درجه‌ای از ارتباط در مدل قرار بگیرند.

جهت اطمینان از درستی عملکرد مدل از جنبه‌های مختلفی به آن پرداخته می‌شود. از آنجا که تاکنون مدل سه هدفه مشابهی در این زمینه وجود ندارد، هدف اول را که مانند سایر مدل‌ها صرفا به دنبال بیشینه‌سازی سود می‌باشد با محدودیت‌های موجود در مدل به صورت تک هدفه در دو حالت با جانشینی و بدون جانشینی حل و پاسخ‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. تابع هدف به گونه‌ای طراحی گردیده است که با صفر در نظر گرفتن رابطه میان اقلام، به یک مدل کلاسیک موجودی تبدیل خواهد شد.

از طرفی تابع هدف اول با افزایش تعداد محصولات و تعداد دوره‌های مورد بررسی حل شد و نتایج به دست‌آمده به خوبی گویای این موضوع بود که با افزایش تعداد محصولات و یا دوره‌ها زمان حل مساله به شدت افزایش می‌یابد و توجیه حل مساله با روش‌های دقیق از بین خواهد رفت. با توجه به نکته بالا مساله به کمک دو الگوریتم فراابتکاری حل شده و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

همچنین از جمله مفروضات تحقیق عبارتند از:

- تقاضا در هر دوره دارای توزیع یکنواخت است.
- هزینه نگهداری در دوره‌های مختلف ثابت است.
- قیمت اقلام در دوره‌های مختلف ثابت است.
- میان برخی اقلام موجودی بر حسب نیاز می‌تواند رابطه جانشینی وجود داشته باشد.
- کمبود مجاز، به صورت فروش از دست رفته و هزینه کمبود در دوره‌های مختلف ثابت است.
- مقدار موجودی در ابتدای بررسی مقداری ناچیز می‌باشد و اقلام باقی‌مانده در پایان هر دوره به دوره بعدی منتقل می‌گردند.
- طول تمام دوره‌ها یکسان است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

۲ تعاریف و ارایه مدل

۲-۱ تعاریف

برخی تعاریف مهم به قرار ذیل است:

جانشینی: به معنی امکان جایگزین کردن یک کالا با کالای دیگر در یک سیستم موجودی است. زمانی که یک کالا با کمبود مواجه شود، درصد مشخصی از تقاضای آن می‌تواند با کالای مشابهی جانشین شود[۱۰].

تقاضای اصلی یک محصول: به مقداری از تقاضای یک محصول گفته می‌شود که در اثر جانشینی اتفاق نیفتاده است و مستقیما تقاضای همان محصول بوده است[۲].

تقاضای جانشینی: به مقداری ازتقاضای یک محصول که در اثر نبود محصول دیگری و برای جانشین کردن این محصول به جای محصول اصلی اتفاق می‌افتد، تقاضای جانشینی گویند[۲].

تقاضای کل: به مجموع تقاضای اصلی و جانشینی یک محصول گویند[۲].

۲-۲ پارامترها و متغیرها

a_{jt}: پارامتر تقاضای کالای jام در دوره tام

c_{jt}: پارامتر سطح موجودی کالای jام در دوره tام

m: تعداد دوره ها

n: تعداد اقلام موجودی

In_{jt}^{first}: موجودی اول دوره کالای jام در دوره tام

Q_{jt}: مقدار سفارش کالای jام در دوره tام

S_j: هزینه کمبود هر واحد کالای jام در واحد زمان

oc_j: هزینه سفارش کالای jام

h_j: هزینه نگهداری هر واحد کالای jام در واحد زمان.

Bignum: یک عدد بسیار بزرگ.

Capital: حداکثر سرمایه قابل تخصیص.

Space: حداکثر فضای قابل تخصیص.

$cost_j$: قیمت خرید هر واحد کالای jام.

Pr_j: قیمت فروش هر واحد کالای jام.

$Volume_j$: فضای اشغال‌شده توسط هر واحد کالای jام.

Q_j^{max}: حداکثر سطح موجودی jام. (متغیر مساله)

α_{ij}: نرخ جانشینی کالای iام به جای کالای jام($\alpha_{jj}=1$ و $\alpha_{ij}\le 1$)

y_{ijt}: تعداد قلم از موجودی iام که به تقاضای کالای jام تخصیص داده می‌شود در دوره tام. (متغیر مساله)

r_{jt}: میزان مصرف کالای jام در دوره t ام

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

fr_{ji}: احتمال مصرف به میزان r_{jt} از محصول jام در دوره t ام

۲-۳ مدل

تابع هدف کلاسیک زیر را در نظر بگیرید:

$$Maxz_{1} = \sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} Pr_j.\left(\int_{r_{jt}=0}^{Q_j^{max}} r_{jt}.fr_{jt}.dr_{jt} + \int_{Q_j^{max}}^{\infty} Q_j^{max}.fr_{jt}.dr_{jt}\right) - \sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_j.\int_{r_{jt}=0}^{Q_j^{max}} (Q_j^{max} - r_{jt}).fr_{jt}.dr_{jt}$$
$$-\sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} S_j.\int_{r_{jt}=Q_j^{max}}^{\infty} (r_{jt} - Q_j^{max}).fr_{jt}.dr_{jt} - m\sum_{j=1}^{n} oc_j - \sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} Cost_j.Q_{jt} \quad (1)$$

در یک سیستم مرور دوره‌ای، به کمک تابع فوق حداکثر سطح موجودی به گونه‌ای تعیین می‌گردد که سود سیستم بیشینه گردد.

در بخش مربوط به درآمد، در صورتی که حداکثر سطح موجودی نامحدود باشد($Q_j^{max} = \infty$) دیگر نیازی به دو تکه نمودن انتگرال نمی باشد و حاصل انتگرال برابر امید ریاضی فروش خواهد بود. در حالت جانشینی با کمی اغماض می‌توان حداکثر سطح موجودی را نامحدود در نظر گرفت زیرا تقاضای مازاد با کالاهای دیگر جایگزین می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که میانگین فروش یک کالا در حالت جانشینی می‌تواند برابر امید ریاضی تقاضای آن کالا باشد. به عبارتی داریم:

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ijt} \le E(r_{jt}) \quad (2)$$

با در نظر گرفتن شرط بالا در محدودیت‌های مدل، می‌توان درآمد را مطابق فرمول (۳) محاسبه کرد.

$$\sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} Pr_i\ .y_{ijt} \quad (3)$$

با فرض این که جانشینی در سیستم رخ می‌دهد، آنگاه حداکثر سطح موجودی واقعی برابر است با:

$$Q_j^{max} - \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit} + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt} \quad (4)$$

با این حداکثر سطح موجودی و در نظر گرفتن حدود پایین و بالا برای تقاضا، هزینه نگهداری و کمبود به ترتیب مطابق فرمول‌های (۵) و (۶) بازنویسی می‌شوند. مابقی تابع هدف نیز به همان شکل فرمول (۱) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_j.\int_{r_{jt}=a_{jt}}^{Q_j^{max} - \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit} + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt}} ((Q_j^{max} - \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit} + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt}) - r_{jt}).fr_{jt}.dr_{jt} \quad (5)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

$$\sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} S_j \cdot \int_{r_{jt}=Q_j^{max}-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit}+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt}}^{c_{jt}} (r_{jt}-(Q_j^{max}-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit}+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt}))fr_{jt}.dr_{jt} \qquad (۶)$$

رابطه (۵) بیانگر این‌است که اگر میزان مصرف r_{ji} کمتر از حداکثر سطح موجودی باشد، هزینه نگهداری به میزان موجودی نگهداری‌شده ایجاد خواهد شد که در واقع مقدار انتگرال متوسط موجودی مثبت مورد انتظار را محاسبه خواهد کرد. همچنین رابطه (۶) بیانگر این‌است که اگر میزان مصرف r_{ji} بیشتر از حداکثر سطح موجودی باشد، هزینه کمبود به میزان موجودی کمبود ایجاد خواهد شد که در واقع مقدار انتگرال متوسط موجودی منفی مورد انتظار را محاسبه خواهد کرد.

بدین ترتیب تابع هدف کلاسیک به کمک تغییرات گفته‌شده بازنویسی می‌گردد و به عنوان تابع هدف اول مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در مدل‌های موجودی حاصل انتگرال زیر بیانگر احتمال مواجهه با کمبود می‌باشد.

$$\int_{Q_j^{max}}^{\infty} fr_j.dr_j \qquad (۷)$$

به کمک این فرمول، با در نظر گرفتن عبارت (۴) و حد بالای تقاضا، تابع هدف دوم نیز مطابق فرمول (۸) نوشته می‌شود.

$$Minz_2 = \sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \int_{r_{jt}=Q_j^{max}-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{jit}+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} y_{ijt}}^{c_{jt}} fr_{jt}.dr_{jt} \qquad (۸)$$

برای تابع هدف سوم باید گفت اگر پارامتر α_{ij} شباهت دو کالای iام و jام را نشان دهد، در اثر جانشینی کالای iام به جای کالای jام به مقدار $1-\alpha_{ij}$ نارضایتی ایجاد خواهد شد. بنابراین میزان نارضایتی کل ایجاد شده در اثر جانشینی کالای iام به جای کالای jام در تمام دوره‌ها برای تمام محصولات که باید کمینه شود(تابع هدف سوم) برابر خواهد بود با:

$$Minz_3 = \sum_{t=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}(1-\alpha_{ij}).y_{ijt} \qquad (۹)$$

۲-٤ توصیف محدودیت‌های مدل

محدودیت برآورده کردن حداقل تقاضا

$$a_{jt} \le \sum_{i=1}^{n} y_{ijt} \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (۱۰)$$

محدودیت عرضه:

$$\sum_{i=1}^{n} y_{jit} \le Q_j^{max} \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (۱۱)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

محدودیت میانگین فروش:

$$\sum_{i=1}^{n} y_{jit} \le E(r_{jt}) \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (12)$$

محدودیت حداقل سطح واقعی موجودی:

$$Q_j^{max} - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} y_{jit} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} y_{ijt} \ge a_{jt} \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (13)$$

محدودیت حداکثر سطح واقعی موجودی:

$$Q_j^{max} - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} y_{jit} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} y_{ijt} \le c_{jt} \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (14)$$

محدودیت موجودی ابتدای دوره در اولین دوره:

$$In_{j1}^{first} = 0 \quad j=1,...,n \qquad (15)$$

محدودیت مقدار سفارش در هر دوره:

$$Q_{jt} = Max(Q_j^{max} - In_{jt}^{first}, 0) \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (16)$$

محدودیت موجودی ابتدای هر دوره:

$$In_{jt}^{first} = In_{jt-1}^{first} + Q_{jt-1} - \sum_{i=1}^{n} y_{jit-1} \quad j=1,...,n \quad t=2,...,m \qquad (17)$$

محدودیت سرمایه درگیر در موجودی:

$$\sum_{j=1}^{n} Cost_j . Q_j^{max} \le Capital \qquad (18)$$

محدودیت فضای نگهداری:

$$\sum_{j=1}^{n} Volume_j . Q_j^{max} \le Space \qquad (19)$$

محدودیت عدم تخصیص از کالاهای نامشابه:

$$\sum_{i=1}^{n} (y_{ijt} - Bignum \times \alpha_{ij}) \le 0 \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (20)$$

محدودیت تولید جواب‌های عدد صحیح:

$$y_{ijt}, Q_j^{max} = integer \quad i=1,...,n \quad j=1,...,n \quad t=1,...,m \qquad (21)$$

۳ مثال عددی

۳-۱ حل تابع هدف اول به صورت مجزا

در جدول ۱ برخی نتایج حاصل از حل تابع هدف اول به صورت مجزا برای گروهی از محصولات در دو دوره و برای دو حالت بدون جانشینی و با جانشینی آورده شده است (مشخصات محصولات در پیوست (۱)).

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

جهت اثبات درستی مدل به دو نکته توجه خواهیم نمود. اول این‌که آیا محدودیت‌های مدل به درستی رعایت شده است. پاسخ به این پرسش مثبت است. حل مدل نشان می‌دهد که تمام محدودیت‌های مدل به خوبی رعایت شده است و با توجه به حددار بودن تقاضا میزان تخصیص به هر قلم کالا داخل این حدود قرار می‌گیرد.

بخش دوم مربوط به سودآوری سیستم است. مقایسه مقادیر به دست آمده برای تابع هدف در هر دو حالت نشان می‌دهد که سودآوری سیستم در حالت جانشینی افزایش‌یافته است. دقت نمایید که با قرار دادن $\alpha_{ij} = ۰$ برای تمامی محصولات، مدل ارایه‌شده به مدل کلاسیک بدون جانشینی تبدیل خواهد شد و در حقیقت مدل ارایه‌شده در مقایسه با مدل کلاسیک بهبود سودآوری را نشان می‌دهد.

جدول ۱. حل مجزای تابع هدف اول

نام محصول	حد پایین و بالای تقاضا در دوره دوم	حداکثر سطح موجودی در حالت جانشینی	حداکثر سطح موجودی در حالت بدون جانشینی	مقادیر تخصیص به برخی اقلام در حالت جانشینی در دوره اول	مقادیر تخصیص به برخی اقلام در حالت بدون جانشینی در دوره اول	مقادیر تخصیص به برخی اقلام در حالت جانشینی در دوره دوم	مقادیر تخصیص به برخی اقلام در حالت بدون جانشینی در دوره دوم
$x_۱$	L=۱۰۶۶۰۳ U=۲۹۳۴۴۱	۱۹۸۵۶۴	۱۹۸۴۴۷	$y_{۱۱۱}=۱۹۸۵۵۵$ $y_{۱۳۱}=۰$	$y_{۱۱۱}=۱۹۸۴۴۵$ $y_{۱۳۱}=۰$	$y_{۱۱۲}=۱۹۸۵۵۸$ $y_{۱۳۲}=۰$	$y_{۱۱۲}=۱۹۸۵۵۸$ $y_{۱۳۲}=۰$
$x_۲$	L=۱۵۴۶۱۱ U=۲۰۰۹۴۶	۱۷۴۶۸۵	۱۷۳۲۲۰	$y_{۲۲۱}=۱۴۲۶۹۲$ $y_{۲۳۱}=۱۶۱۵$	$y_{۲۲۱}=۱۷۲۱۴۸$ $y_{۲۳۱}=۰$	$y_{۲۲۲}=۱۷۳۲۳۴$ $y_{۲۳۲}=۰$	$y_{۲۲۲}=۱۷۳۲۲۰$ $y_{۲۳۲}=۰$
$x_۳$	L=۴۴۶۰۴ U=۹۴۷۱۵	۷۸۶۹۷	۷۸۵۶۲	$y_{۳۳۱}=۷۰۲۴۸$ $y_{۳۲۱}=۹۵۲$	$y_{۳۳۱}=۷۴۳۰۵$ $y_{۳۲۱}=۰$	$y_{۳۳۲}=۶۰۹۸۸$ $y_{۳۲۲}=۰$	$y_{۳۳۲}=۶۹۶۵۹$ $y_{۳۲۲}=۰$
$x_۴$	L=۳۷۹۲۶۱ U=۵۰۹۱۷۹	۴۳۹۷۱۵	۴۳۹۶۶۵	$y_{۴۴۱}=۴۱۸۷۳۸$ $y_{۴۱۱}=۰$	$y_{۴۴۱}=۴۳۸۸۶۸$ $y_{۴۱۱}=۰$	$y_{۴۴۲}=۴۳۹۶۸۲$ $y_{۴۱۲}=۰$	$y_{۴۴۲}=۴۳۹۶۶۵$ $y_{۴۱۲}=۰$
$x_۵$	L=۱۸۳۷۰ U=۲۴۸۹۱	۳۶۱۸۵	۲۱۵۶۵	$y_{۵۵۱}=۲۱۵۷۱$ $y_{۵۶۱}=۱۸۶۴$	$y_{۵۵۱}=۲۱۵۶۵$ $y_{۵۶۱}=۰$	$y_{۵۵۲}=۲۱۵۶۷$ $y_{۵۶۲}=۸۷$	$y_{۵۵۲}=۲۱۵۶۵$ $y_{۵۶۲}=۰$
$x_۶$	L=۱۰۹۸۵ U=۱۵۴۰۷	۱۲۷۳۶	۱۲۷۰۰	$y_{۶۶۱}=۱۰۲۹$ $y_{۶۸۱}=۳۹۴$	$y_{۶۶۱}=۱۲۷۰۰$ $y_{۶۸۱}=۰$	$y_{۶۶۲}=۱۲۷۰۱$ $y_{۶۸۲}=۰$	$y_{۶۶۲}=۱۲۷۰۰$ $y_{۶۸۲}=۰$
$x_۷$	L=۱۰۳۰۱ U=۱۵۰۱۰	۱۴۱۵۸	۱۲۷۸۷	$y_{۷۷۱}=۲۳۲۷$ $y_{۷۶۱}=۵۸۱$	$y_{۷۷۱}=۱۲۷۸۷$ $y_{۷۶۱}=۰$	$y_{۷۷۲}=۰$ $y_{۷۶۲}=۴۰۸$	$y_{۷۷۲}=۱۲۶۵۵$ $y_{۷۶۲}=۰$
$x_۸$	L=۱۷۶۷۴ U=۲۵۳۱۷	۳۳۱۴۹	۲۱۱۸۵	$y_{۸۸۱}=۲۱۱۸۷$ $y_{۸۵۱}=۳۳$	$y_{۸۸۱}=۲۱۱۸۵$ $y_{۸۵۱}=۰$	$y_{۸۸۲}=۱۹۸۶۴$ $y_{۸۵۲}=۳$	$y_{۸۸۲}=۲۱۱۸۵$ $y_{۸۵۲}=۰$
مقدار به دست آمده برای تابع هدف اول در حالت با جانشینی				۲۲۰۵۳۲۱۰۰۰۰			
مقدار به دست آمده برای تابع هدف اول در حالت بدون جانشینی				۱۹۰۹۹۲۸۰۰۰۰			

۳-۲ روند تغییر زمان حل در تابع هدف اول

جدول ۲ زمان حل تابع هدف اول توسط نرم افزار لینگو ۱۱ را با افزایش تعداد دوره‌ها و محصولات نشان می‌دهد. این روند تا جایی پیش می‌رود که توجیه حل مساله با نرم افزارهای حل دقیق از بین می‌رود.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، زمان حل مساله نسبت به تغییر طول دوره حساس‌تر است تا تعداد محصولات.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

جدول ۲. روند تغییر زمان حل در تابع هدف اول

تعداد محصولات	تعداد دوره‌ها			
	۲	۳	۴	۵
۲	"۸	"۳۲	"۲۷	"۱۱
۳	"۱۴	'۲:۱۶"	'۱:۳۶"	"۳۸
۴	'۳:۳۴"	'۵:۲۹"	'۱۱:۲۶"	'۳۷:۰۹"
۵	'۴:۰۵"	'۳:۰۷"	'۱۵:۳۲"	'۴۰:۱۴"
۶	'۴:۳۰"	'۱۵:۵۸"	'۲۸:۴۳"	′۲:۰۸:۵۲"

۳-۳ حل مساله با رویکرد LP-Metric

طبق آنچه در بخش ۳-۲ گفته شد، از آنجا که امکان حل مساله در ابعاد بزرگ با نرم‌افزارهای حل دقیق میسر نیست و به جهت اثبات وجود نقطه بهینه در هر کدام از توابع هدف، یک مساله در ابعاد بسیار کوچک توسط نرم‌افزار گمز حل گردیده است. در نهایت جواب‌های حاصل با رویکرد LP-Metric با نرم‌های مختلف با هم ترکیب و جواب‌ها بررسی گشته‌اند. نتایج حاصل را می‌توانید در جدول ۳ مشاهده نمایید.

جدول ۳. حل تک هدفه و حل با نرم‌های یک تا پنج

حل تک هدفه (نقطه بهینه هر تابع هدف)	حل Lp-M با نرم یک	حل Lp-M با نرم دو	حل Lp-M با نرم سه	حل Lp-M با نرم چهار	حل Lp-M با نرم پنج
جواب به‌دست آمده برای تابع هدف اول					
۹۴۳۸۰۰۰	-۴۴۱۶۰۰۰	۱۳۴۶۲۰۰	-۸۳۸۴۰۰	۱۳۴۶۲۰۰	-۱۶۹۶۰۰۰
جواب به‌دست آمده برای تابع هدف دوم					
۶/۹۸۸	۲۵/۸۵۷	۱۸/۷۶	۴۷/۳۱۸	۱۸/۷۶	۴۷/۳۱۸
جواب به‌دست آمده برای تابع هدف سوم					
۰	۱۰۹/۲۰۷	۰	۰	۰	۲/۴۵

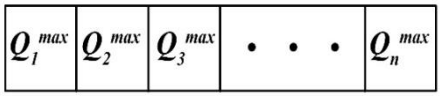
۳-٤ حل مدل با الگوریتم‌های فراابتکاری

در صورت نیاز به استفاده از مدل برای حل مسایل با ابعاد بزرگ طبق آنچه در بخش ۳-۲ گفته شد، ناچار به استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری هستیم، به همین منظور در این بخش نحوه تولید و تفسیر جواب اولیه برای این مدل جهت حل‌های فراابتکاری را بیان می‌کنیم.

۳-٤-۱ تولید و تفسیر جواب اولیه

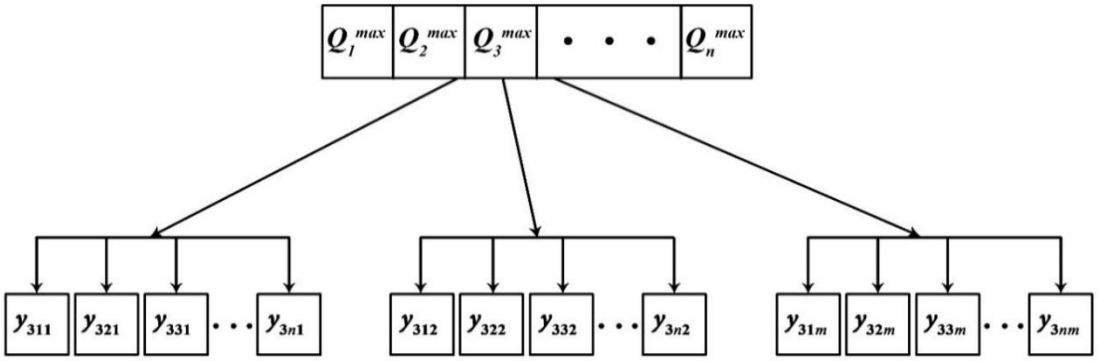
جواب اولیه مساله برداری شامل مقادیر تصادفی Q_j^{max}ها می‌باشد(شکل ۱). مقادیر تولیدشده برای این Q_j^{max}ها به گونه‌ای است که محدودیت‌های مدل نقض نگردد. لازم به ذکر است که مکانیزم تولید جواب اولیه برای هر دو الگوریتم به صورت یکسان است.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]



شکل ۱. نمایش بردار جواب اولیه

بعد از تولید جواب اولیه در صورت نیاز جواب‌ها تعدیل می‌شوند. سپس y_{jit}ها با توجه به Q_j^{max}ها مقدار می‌گیرند(شکل ۲)، بنابراین باتوجه به این مقدارهای اولیه محاسبه‌شده برای Q_j^{max}ها و y_{jit}ها توابع هدف محاسبه می‌گردند.



شکل ۲. نحوه تشکیل بردارهای تخصیص از جواب اولیه

۳-٤-۲ الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم

در سال ۲۰۰۱ دب، الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب را با اضافه کردن دو عملگر به الگوریتم ژنتیک تک هدفه معمولی ایجاد کرد. جهت مطالعه بیشتر در مورد الگوریتم ژنتیک به منابع ارایه‌شده در این زمینه از جمله [۳۰] مراجعه نمایید. همچنین در این پژوهش از روش تقاطع حسابی برای ایجاد فرزندان جدید استفاده شده است.

۳-٤-۳ الگوریتم تکامل تفاضلی

الگوریتم تکامل تفاضلی توسط استورن و پرایس جهت بهینه‌سازی در فضاهای پیوسته ارایه گردید [۳۱]. البته بعدها نسخه‌هایی از الگوریتم جهت بهینه‌سازی در فضاهای گسسته نیز ارایه گردید. در کنار شباهت‌های کلی این الگوریتم به سایر الگوریتم‌های تکاملی شیوه تولید پاسخ در این الگوریتم کاملا منحصر به فرد می‌باشد.

۳-٤-٤ تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها به روش تاگوچی

در روش‌های حل فراابتکاری، تنظیم پارامترها به جهت بهبود کیفیت جواب ایجادشده و افزایش سرعت حل امری مرسوم می‌باشد. یکی از پرکاربردترین و کم هزینه‌ترین رویکردها برای تنظیم پارامترها طراحی آزمایشات می‌باشد. لذا در این جا ما نیز با استفاده از روش تاگوچی به تنظیم پارامترها می‌پردازیم.

برای انجام آزمایشات مساله‌ای با ابعاد ۲۰ قلم کالا در نظر گرفته شد. در هر دو الگوریتم ۴ پارامتردر دو سطح برای تنظیم در نظر گرفته شدند. آزمایش را برای هر طرح ۱۰ بار تکرار نمودیم. میانگین شاخص‌ها در هر

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

۱۰ تکرار به عنوان مقدار آن شاخص در طرح آزمایش مورد نظر، در نظر گرفته می‌شود و پس از نرمالیزه کردن مقادیر شاخص‌ها، ترکیب آن‌ها به عنوان متغیر پاسخ در نظر گرفته می‌شود. شاخص‌هایی که برای تنظیم پارامترهای الگوریتم در نظر گرفته شدند عبارتند از تنوع و تعداد جواب‌های پارتو. با توجه به ساختار معیارها متغیر پاسخ از نوع بزرگ‌تر- بهتر در نظر گرفته شد. جدول ۴ مقادیر بهینه به‌دست آمده برای هر پارامتر را نشان می‌دهد.

جدول ٤. سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم فراابتکاری

سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم			
ردیف	نام پارامتر	نوع نمایش	مقدار
۱	سایز جمعیت	npop	۶۰
۲	حداکثر تعداد دفعات اجرا	maxit	۷۰
۳	احتمال جهش	pm	۰/۳
۴	احتمال تقاطع	pc	۰/۹
سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم تکامل تفاضلی			
۱	سایز جمعیت	npop	۵۰
۲	حداکثر تعداد دفعات اجرا	maxit	۴۰
۳	احتمال تقاطع	pc	۰/۹
۴	طول گام جهش	F	۰/۹

۳-٤-۵ حل مثال در ابعاد متوسط با الگوریتم‌های فراابتکاری و تحلیل پاسخ‌ها

پس از تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های موردنظر، مثالی در ابعاد ۵۶ قلم کالا و ۱۲ دوره برای حل توسط این الگوریتم‌ها انتخاب گردید. معیارهای مورد بررسی جهت تعیین برتری الگوریتم‌ها عبارتند از زمان حل، تعداد جواب‌های پارتو، فاصله‌گذاری و تنوع جواب‌های ایجادشده توسط هر کدام از الگوریتم‌ها. برای اطمینان از پایداری جواب‌ها مساله نمونه با هر الگوریتم ۳۵ بار حل می‌گردد و اعداد حاصل برای معیارها در این ۳۵ بار حل جهت بررسی مورد استفاده واقع می‌شود. درصد برتری هر الگوریتم در هر معیار در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵. مقایسه الگوریتم‌های فراابتکاری در معیارهای مختلف

نام معیار	نتیجه
زمان حل	برتری ۱۰۰ درصد الگوریتم تکامل تفاضلی
واریانس زمان حل	برتری الگوریتم تکامل تفاضلی
تعداد جواب‌های پارتو	برتری ۹۱ درصدی الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم
شاخص فاصله‌گذاری	برتری ۸۳ درصدی الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم
شاخص تنوع پاسخ‌های تولیدی	تقریبا برابر اما الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم در ۵۴ درصد موارد بهتر عمل نموده است

برای اثبات برتری الگوریتم‌ها در هر شاخص نیاز است تا این شواهد تجربی مورد آزمون‌های آماری قرار بگیرند.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

۳-۵ آزمون مقایسه میانگین‌ها

در این بخش میانگین‌های شاخص‌ها برای هر دو جامعه مورد آزمون قرار می‌گیرند. آزمون مورد نظر بررسی فرض برابری میانگین‌های دو جامعه در سطح اطمینان ۹۵ درصد می‌باشد. انجام محاسبات در نرم‌افزار مینی‌تب ۱۷ صورت پذیرفت و نتایج حاصل در جدول ۶ آمده است.

جدول ٦. نتایج حاصل از آزمون‌های آماری

شاخص	الگوریتم	تعداد نمونه	میانگین نمونه	انحراف معیار نمونه	فاصله اطمینان		T-value	P-value
زمان حل	NSGA-II	۳۵	۱۶۸/۳۴	۱/۳۸	۹۷/۸۹۶	۹۶/۷۳۴	۳۳۴/۶۶	۰/۰۰۰
	DE	۳۵	۷۱/۰۳	۱/۰۳				
تعداد جواب‌های پارتو	NSGA-II	۳۵	۵۵/۸	۱۰/۲	۲۱/۵۲	۱۲/۳۷	۷/۴	۰/۰۰۰
	DE	۳۵	۳۸/۹	۸/۸۷				
فاصله گذاری	NSGA-II	۳۵	۱۷۰۳۸۳۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۷۷۲۸۴۲۹۶	-۲۹۷۴۰۵۰۰۹۱۸	-۸۶۴۱۹۳۱۶۵۹۵	-۴/۱	۰/۰۰۰
	DE	۳۵	۲۲۸۴۶۳۰۰۰۰۰۰	۶۷۲۸۱۶۲۰۶۲۵				
تنوع	NSGA-II	۳۵	۱۳۲۹۳۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۹۰۸۷۸۱۰۰۰۰۰۰	۶۵۱۲۹۷۹۵۴۴۴۹	-۱۸۸۶۵۲۱۰۵۵۸۵	۱/۱	۰/۲۷۶
	DE	۳۵	۱۳۰۶۲۳۰۰۰۰۰۰۰۰	۸۵۰۶۵۴۰۰۰۰۰۰				

همان‌طور که در جدول ۶ ملاحظه می‌نمایید در مورد سه شاخص زمان حل، تعداد جواب‌های پارتو و فاصله‌گذاری فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. اما در مورد شاخص تنوع هم آماره آزمون درون بازه قرار می‌گیرد و هم مقدار P-Value از ۰/۰۵ بیشتر است، بنابراین دلیلی بر رد فرض صفر وجود ندارد.

بعد از بررسی فرض برابری میانگین‌های جوامع، تعیین برتری الگوریتم‌ها در هریک از شاخص‌ها به کمک رسم نمودارهای جعبه‌ای توسط نرم افزار مینی‌تب ۱۷ انجام می‌شود. نتایج به‌دست آمده در جدول ۷ نشان می‌دهدکه الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب- نسخه دوم در مجموع برای حل این مساله کاراتر عمل می‌نماید.

جدول ۷. بررسی عملکرد الگوریتم‌ها

شاخص	معیار برتری	الگوریتم برتر
زمان حل	هرچه کمتر باشد بهتر است	DE
تعداد جواب‌های پارتو	هرچه بیشتر باشد بهتر است	NSGA-II
فاصله گذاری	هرچه کمتر باشد بهتر است	NSGA-II
تنوع	هرچه بیشتر باشد بهتر است	تقریبا برابر

٤ بحث و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر مدلی ارایه گردید که به بحث جانشینی در سیستم کنترل موجودی می‌پردازد. نتایج حاصل از حل مدل بیانگر این است که استفاده از جانشینی کالاها منجر به بهبود نتایج خواهد شد. بخشی از این بهبود در نتیجه

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

کاهش هزینه‌های نگهداری می‌باشد. با جانشین نمودن اقلام علیرغم این‌که می‌توان سود را افزایش داد، می‌توان برخی از اقلام که تاریخ انقضای آن‌ها در حال اتمام است را نیز سریع‌تر به فروش رساند (جانشینی از نوع چیدمان) و جلوی زیان را گرفت. مدل ارایه‌شده کامل‌تر از تحقیقات مشابه و سه‌هدفه است و علاوه بر درنظر گرفتن سود، رضایت مشتری و ریسک کمبود نیز مدنظر قرار گرفته است. به هر حال مدل‌های یک‌هدفه فقط سود را بیشینه می‌کنند و به نارضایتی ناشی از جانشینی توجهی نمی‌کنند که این امر در بلند مدت باعث از دست رفتن مشتری‌ها و در نتیجه کاهش سود می‌گردد. همچنین در مدل‌های با فرض جانشینی بالاتر بودن ریسک کمبود الزاما به معنای مواجهه با کمبود بیشتر نیست. همچنین در این تحقیق به موضوع جانشینی چند کالا به صورت توامان پرداخته‌شده است در حالی‌که در تحقیقات مشابه حداکثر به بحث جانشینی دو قلم کالا بایکدیگر پرداخته بودند و به هر حال در دنیای واقعی با تعداد زیادی اقلام کالا مواجه هستیم و از این رو مدل‌های گذشته نمی‌توانستند چندان مفید و کاربردی باشند. در مدل پیشنهادی در این تحقیق محدودیتی از نظرتعداد و نوع ارتباط اقلام کالا با یکدیگر وجود ندارد. مدل در ابعاد کوچک به صورت دقیق و در ابعاد متوسط و بزرگ با استفاده از دو روش فراابتکاری NSGA II و DE حل شد ومشخص گردید بر حسب شاخص زمان حل روش DE بهتر بود ولیکن از لحاظ شاخص‌های تعداد جواب پارتو و فاصله‌گذاری روش NSGA II و از لحاظ شاخص تنوع تقریبا هر دو روش یکسان بودند.

در مدل‌های بدون فرض جانشینی، هرچه ریسک کمبود کمتر باشد بهتر است، اما در مدل ارایه‌شده این گونه نیست، به این معنا که از دو پاسخ که رضایت مشتری در آن‌ها یکسان است (مقادیر تابع هدف سوم)، چنانچه جواب اول سود بیشتر و ریسک مواجهه با کمبود بیشتر داشته باشد و جواب دوم سود کمتر و ریسک مواجهه با کمبود کمتر داشته باشد، جواب اول بهتر است، زیرا با یکسان بودن نارضایتی ایجادشده برای مشتریان در هر دو پاسخ، کمبود حاصل با کالاهای دیگر جانشین‌شده و باعث افزایش سود ما گردیده است.

پیوست

اطلاعات مرتبط با مساله حل شده در بخش ۴-۱

پیوست ۱. مشخصات گروهی از محصولات

نام محصول	قیمت خرید	قیمت فروش	هزینه نگهداری	هزینه کمبود	حجم	هزینه سفارش‌دهی	مثالی از ضریب جانشینی
x_1	۳۸۱۰۰	۴۵۷۲۰	۷۶۲۰	۱۵۲۴۰	۰/۰۰۳۰۶	۸۰۰۱۰	$\alpha_{13}=$ ۰/ ۹۹ $\alpha_{16}=$ ۰/ ۰۱
x_2	۳۵۴۹۰	۴۲۵۸۸	۷۰۹۸	۱۴۱۹۶	۰/۰۰۳۰۶	۶۷۴۳۱	$\alpha_{23}=$ ۰/ ۹۲ $\alpha_{28}=$ ۰/ ۵۵
x_3	۷۶۲۲۰	۹۱۴۶۴	۱۵۲۴۴	۳۰۴۸۸	۰/۰۰۷	۱۲۹۵۷۴	$\alpha_{32}=$ ۰/ ۹۳ $\alpha_{35}=$ ۰/ ۵
x_4	۳۸۷۳۰	۴۶۴۷۶	۷۷۴۶	۱۵۴۹۲	۰/۰۰۳۰۶	۸۱۳۳۳	$\alpha_{41}=$ ۰/ ۹۵ $\alpha_{47}=$ ۰/ ۶
x_5	۴۰۱۴۰	۴۸۱۶۸	۸۰۲۸	۱۶۰۵۶	۰/۰۰۳	۷۲۲۵۲	$\alpha_{56}=$ ۰/ ۴

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

$\alpha_{۵۱}=۰/۶$ $\alpha_{۶۸}=۰/۶$ $\alpha_{۶۴}=۰/۶$	۵۷۹۵۰	۰/۰۰۱۸	۱۲۲۰۰	۶۱۰۰	۳۶۶۰۰	۳۰۵۰۰	$x_۶$
$\alpha_{۷۶}=۰/۴$ $\alpha_{۷۱}=۰/۶$	۶۷۹۳۲	۰/۰۰۱۸	۱۵۹۸۴	۷۹۹۲	۴۷۹۵۲	۳۹۹۶۰	$x_۷$
$\alpha_{۸۵}=۰/۹۵$ $\alpha_{۸۲}=۰/۷$	۷۹۷۰۴	۰/۰۰۳	۱۷۷۱۲	۸۸۵۶	۵۳۱۳۶	۴۴۲۸۰	$x_۸$

منابع

[1] Tan Baris, Karabati Selcuk, (2013), Retail inventory management with stock-out based dynamic demand substitution, Int. J. Production Economics, 145, 78-87.

[2] Shah Janat, Avittathur Balram, (2007), The retailer multi-item inventory problem with demand cannibalization and substitution, Int. J. Production Economics, 106, 104-114.

[3] Kök A. Gürhan, Fisher Marshall L., (2007), Demand Estimation and Assortment Optimization under Substitution: Methodology and Application, OPERATIONS RESEARCH, 55 (6), 1001-1021.

[4] Geunes Joseph, (2003), Solving large-scale requirements planning problems with component substitution options, Computers & Industrial Engineering, 44, 475–491.

[5] Li Yongjian, Chen Jian, Cai Xiaoqiang, (2007), Heuristic genetic algorithm for capacitated production planning problems with batch processing and remanufacturing, Int. J. Production Economics, 105, 301–317.

[6] Pineyro Pedro, Viera Omar, (2010), The economic lot-sizing problem with remanufacturing and one-way substitution, Int. J. Production Economics, 124, 482–488.

[7] Gurler Ulku, Yilmaz Agcagul, (2010), Inventory and coordination issues with two substitutable products, Applied Mathematical Modeling, 34, 539–551.

[8] Salameh Moueen K, Yassine Ali A, Maddah Bacel, Ghaddar Likaa, (2014), Joint replenishment model with substitution, Applied Mathematical Modeling, 38, 3662-3671.

[9] Rasti Barzaki Morteza, (2019), The approach of a game theory to determine the level of advertising of a product with the pricing of two substitute products despite the specific price for the main product, Journal of Industrial Engineering and Management Sharif, 35, 11-18.

[10] Krommyda I.P., K. Konstantaras Skouri, I, (2014), Optimal ordering quantities for substitutable products with stock-dependent demand, Applied Mathematical Modeling.

[11] Deflem Yannick, Van Nieuwenhuyse Inneke, (2013), Managing inventories with one-way substitution: A newsvendor analysis, European Journal of Operational Research, 228, 484-493.

[12] Shavandi Hassan, Mahlooji Hashem, Ekram Nosratian Nasim, (2012), A constrained multi-product pricing and inventory control problem, Applied Soft Computing, 12, 2454–2461.

[13] Mahmoudi Anwar, Sadeghi Hibatollah, (2020), Development of ordering policy (1, T) for two-tier chain with non-identical retailers and perishable goods, Operations Research in its applications, 17, 27-46.

[14] Mousavi Seyed Mohsen, Hajipour Vahid, Akhavan Niaki Seyed Taghi, Alikar Najmeh, (2013), Optimizing multi-item multi-period inventory control system with discounted cash flow and inflation: Two calibrated metaheuristic algorithms, Applied Mathematical Modeling, 37, 2241–2256.

[15] Jafari Eskandari Meysam, Moghaddam Shabilo Neda, (2009), Designing a Closed-Chain Supply Chain Network of Multiple Possible Products by Considering Discounts and Solutions Using the Lightning Worm Algorithm with Decoding Based on Priority, Operations Research in Its Applications, 16, 29-49.

[16] Cheraghalipour Armin, Paydar Mohammad Mehdi and Haji Aghaei Keshtali Mostafa, (2017), Designing a multi-period and three-level supply chain network for perishable crops using meta-heuristic algorithms, Operations Research in its Applications, 14, 15-34.

[17] Ghorchiani Saeed and Khakzar Befrouei Morteza, (2020), Development of Multi-Product Inventory Management Model Considering the Possibility of Simultaneous Ordering of Products in a Multilevel Supply Chain and Solving It Using Genetic Algorithm, Business Research Journal, 94, 107-139.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]

[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]

[18] Saracoglu Ilkay, Topaloglu Seyda, Keskinturk Timur, (2014), A genetic algorithm approach for multi-product multi-period continuous review inventory models, Expert Systems with Applications, 41, 8189–8202.
[19] Cheaitou Ali, Van Delft Christian, (2013), Finite horizon stochastic inventory problem with dual sourcing: Nearmyopic and heuristics bounds, Int. J. Production Economics, 143, 371–378.
[20] Fattahi Parviz, Hajipour Vahid, Nobari Arash, (2015), A bi-objective continuous review inventory control model: Pareto-based meta-heuristic algorithms, Applied Soft Computing.
[21] Dogan A. Serel, (2012), Multi-item quick response system with budget constraint, Int. J. Production Economics, 137, 235–249.
[22] Schneider Helmut, (1979), The service level in inventory control systems, Engineering and Process Economics, 4, 341-348.
[23] Lakdere Benkherouf, Konstantina Skouri, Ioannis Konstantaras, (2017), Inventory decisions for a finite horizon problem with product substitution options and time varying demand, Applied Mathematical Modelling.
[24] Ramyar M., Mehdizadeh E., Hadji Molana S.M., (2017), Optimizing reliability and cost of system for aggregate production planning in a supply chain, Scientia Iranica E 24(6), 3394-3408.
[25] Seda T¨urk, Ender ¨ Ozcan, Robert John, (2017), Multi-objective Optimization in Inventory Planning with Supplier Selection, Expert Systems With Applications.
[26] Vaziri Shaghayegh, Zaretalab Arash, Esmaeilia Mohammad, Niaki S.T.A., (2018), An integrated production and procurement design for a multi-period multi-product manufacturing system with machine assignment and warehouse constraint, Applied Soft Computing, 70, 238–262.
[27] Zarea, M., Esmaeili, M., (2017), Coordination with no risk sharing and risk sharing discount contracts in two echelon supply chains. International Journal of Inventory Research 140, 922-933.
[28] Zarea, M., Esmaeili, M., Sadeghian, R., Shaeyan, M., (2018), Discounting strategy in two echelon supply chain with random demand and random yield. Journal of Quality Engineering and Production Optimization, In Press.
[29] Zhixue Liao, Sunney Yung Sun Leung, Wei Du, Zhaoxia Guo, (2017), A Me-based rough approximation approach for multi-period and multi-product fashion assortment planning problem with substitution, Expert Systems with Applications 84, 127–142.
[30] Deb K., (2001), Multi-objective optimization using evolutionary algorithms, Wiley, New York, USA, First Edition, 1-518.
[31] Storn, R., Price, K.V., (1995), Differential Evolution - A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces, Technical Report TR-95-012, International Computer Science Institute March.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.4.3]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.121]