مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال سیزدهم، شماره اول (پیاپی ۴۸)، بهار ۹۵، ص ص ۸۴-۷۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

طراحی شبکه‌ی گاز، مکان‌یابی ایستگاه‌های گسترده‌ی شهری، مسیریابی و قطریابی خطوط لوله‌ی گاز

روح اله یوسف‌پور*[1]، سیده معصومه طاهری تاری[2]
۱- استادیار دانشگاه مازندارن، دانشکده علوم ریاضی، گروه علوم کامپیوتر، مازندران، ایران
۲- کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، گروه ریاضی کاربردی، مازندران، ایران

رسید مقاله: ۲ شهریور ۱۳۹۴
پذیرش مقاله: ۱۷ بهمن ۱۳۹۴

چکیده
در طراحی خطوط لوله‌ی شبکه‌ی گاز عوامل مختلفی را باید در نظر گرفت، مانند: شرایط محیطی موجود، شرایط خاص لوله‌ها، هزینه‌ی نصب و ... . طراحی بهینه‌ی سیستم شبکه‌ی گاز، با توجه به این شرایط اجرا، انجام می‌گیرد. شرایط اجرا شامل مراحل طراحی و قرارگیری سیستم‌های مختلف مانند: ایستگاه‌های تقلیل فشار، مسیریابی خطوط لوله و تعیین قطر آن‌ها بر اساس محل مصرف‌کنندگان است و بر اساس هزینه‌های موجود، شبکه‌ی بهینه توزیع طراحی می‌شود. در این مقاله مدلی برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی گاز ارایه می‌دهیم به طوری که هزینه‌ی سرمایه‌گذاری را کمینه کند. شبکه‌ی پیشنهادی شامل سه دسته‌ی ایستگاه دروازه‌ی شهری، ایستگاه گسترده‌ی شهری و مصرف‌کنندگان می‌باشد. در اینجا مساله‌ی مکان‌یابی ایستگاه گسترده‌ی شهری، مسیریابی و قطریابی لوله‌ها به صورت همزمان مدل‌سازی می‌شود. برخی از محدودیت‌های موجود، ماهیت غیرخطی دارند که به صورت محدودیت‌های خطی تقریب زده می‌شود. مدل ارایه شده را برای مثال واقعی با استفاده Cplex12.5 حل می‌کنیم و نتایج را گزارش می‌دهیم.

کلمات کلیدی: شبکه‌ی گاز، محدودیت‌های غیرخطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته.

۱ مقدمه
شبکه‌ی بهینه‌ی گاز طبیعی یک ترکیب چندگانه با انتقال جریان گاز است. طراحی چنین شبکه‌ای را با هدف بهینه‌سازی جریان با استفاده از ایستگاه‌های کمپرسور و برای برآوردن خواسته‌های مشتریان می‌توان در کارهای [۱] مشاهده کرد، که هدف اصلی در این مقاله کمینه کردن مصرف سوخت در کمپرسورهاست. که در آن مساله را با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی مدل‌سازی نمودند. ایستگاه‌های فشار گاز مهم‌ترین بخش در این شبکه‌ی گاز می‌باشد. برای حل مدل غیرخطی، از تقریب خطی‌سازی استفاده شد. در [۲] توان مصرفی توسط ایستگاه‌های کمپرسور، با استفاده از

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: yousefpour@umz.ac.ir

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

یک الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه کمینه می‌شود. این مساله شامل کمپرسورها و خطوط لوله‌هایی است که این کمپرسورها را به هم متصل می‌کند و میزان توان مصرفی در کمپرسورها کمینه می‌شود. در [۳] مساله‌ی انتقال گاز به صورت یک مساله‌ی گسسته و غیرمحدب مدل‌سازی می‌گردد که معادلات جریان با استفاده از معادله‌ی کیرشهف و معادله‌ی افت فشار در لوله‌ها با استفاده از معادله‌ی ویمونت مدل‌سازی شد. ابتدا تابع هدف مساله با یک تابع محدب تقریب زده و سپس با استفاده از آزادسازی مساله به یک مساله‌ی پیوسته تبدیل می‌شود و با فرآیند شاخه و کران، جواب بهینه‌ی مساله به دست می‌آید. در این مدل تنها مسیرهای لوله‌گذاری جدید تعیین می‌شود. در [۴]، شبکه‌ی انتقال گاز با لوله‌هایی با قطرهای متفاوت مطرح شد که گاز را با جریان و فشار مشخص شده انتقال می‌دهد. در این مقاله به طور همزمان مسیریابی، قطریابی، جریان و فشار بهینه را با استفاده از خاصیتی که برای شبکه‌ی درختی وجود دارد و با استفاده از تغییرات دلتا توپولوژی بهینه‌ی گاز مشخص می‌کنید. ابتدا با استفاده از درخت اشتاینر یک درخت کمینه در شبکه به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از تغییرات دلتا سعی در بهبود درخت اولیه و رسیدن به جواب اولیه می‌کنید.

غالب هزینه‌های سرمایه‌گذاری شبکه‌های انتقال گاز و تقریبا تمامی هزینه‌های عملکردی و نگهداری آن مربوط به خطوط لوله و ایستگاه‌های افزایش فشار می‌باشد و از خطوط لوله و ایستگاه‌های افزایش فشار به عنوان مولفه‌های اصلی شبکه‌های انتقال گاز نام برده می‌شود [۵و۶].

گاز طبیعی به هنگام استخراج، دارای ناخالصی‌هایی همچون شن، ماسه، آب شور و گازهای اسیدی است که خاصیت خورندگی دارند. به همین علت، گاز خام استخراج شده از اعماق زمین قابل استفاده نیست و ضمن تصفیه لازم است برای کاربردهای مختلف تجزیه گردد. جابجایی گاز تصفیه شده به دو کلاس انتقال و توزیع تقسیم می‌شود. انتقال گاز عبارت است از جابه‌جایی حجم بالایی از گاز در فشارهای بالا و در فواصل طولانی از منابع تا محل‌های توزیع [۷و۸]. بر خلاف آن، توزیع گاز، فرآیند رساندن گاز از مراکز توزیع به مصرف‌کنندگان و مشتریان است. به علت غیرخطی بودن مدل مساله، در تمامی روش‌های ارایه شده، یک روش ابتکاری برای حل مساله ارایه می‌شود [۹ و ۱۰]. در کلیه‌ی مقالات ارایه شده در ادبیات موضوع، مساله‌ی مکان‌یابی، قطریابی و مسیریابی به صورت همزمان بررسی نشده است. در این مقاله برای اولین بار این مساله مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله با تخمین معادلات غیرخطی با معادلات خطی، مساله را با روش‌های عدد صحیح حل می‌کنیم. ایستگاه‌های کاهش فشار گاز، اجزای مهم در شبکه‌ی گاز طبیعی می‌باشد. ایستگاه‌های فشار گاز، در انواع مختلف، با توجه به مقدار مصرف مناطق طبقه‌بندی می‌شود و آن‌ها را با تجهیزات مختلف نصب می‌کنند. با در نظر گرفتن زنجیره‌ی توزیع گاز طبیعی در یک شهر، نیاز به تعریف دقیق بعضی از رده‌ها خواهیم داشت. اولین رده‌ی ایستگاه‌ها، ایستگاه دروازه شهری (CGS) است، که برای کاهش فشار گاز از خطوط سراسری (شاه لوله‌ها) به مرحله‌ی بعدی استفاده می‌شود و فشار گاز از ۱۰۰۰ پاسکال به ۲۵۰ پاسکال کاهش می‌یابد [۱۰].

برای انتقال جریان گاز به مصرف‌کنندگان، نوع دیگری از ایستگاه‌ها مورد نیاز است که ایستگاه‌ها گسترده‌ی شهری(TBS) یک ایستگاه برمی‌گرداند که در آن فشار گازدریافت شده از CGS را به فشار گاز به گاز مورد نظر بر اساس نظر مصرف‌کننده تبدیل می‌شود. در واقع فشار گاز از ۲۵۰ پاسکال به ۶۰ پاسکال کاهش می‌یابد. هزینه‌ی یک شبکه‌ی گاز، براساس تعیین مکانTBSها نوع TBS، مسیر لوله‌گذاری و قطر لوله‌ها مشخص می‌شود. هدف در این مقاله

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

تعیین بهینه این مقادیر است، به طوری که هزینه‌ی ایجاد شبکه کمینه شود. برای این منظور ابتدا مکان‌های بالقوه ایجاد TBS شناسایی شده، سپس به صورت بهینه مکان‌های ایجاد TBS نوع TBS ها و مسیر لوله‌گذاری و قطر آن‌ها تعیین می‌گردد.

در بخش دوم این مقاله، مساله‌ی طراحی شبکه‌ی گاز تعریف شده، سپس با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی صحیح آمیخته مدل می‌شود. در مدل طراحی شده برخی از محدودیت‌ها غیرخطی‌اند که این محدودیت‌ها را با محدودیت‌های خطی تقریب می‌زنیم. در بخش سوم، یک مثال واقعی از مساله بیان و نتایج گزارش می‌شود.

۲ تعریف مساله و مدل‌سازی

در این مقاله هدف طراحی یک شبکه‌ی گازرسانی است به طوری که مکان‌یابی ایستگاه‌های TBS، مسیریابی و قطریابی لوله‌ها به صورت بهینه انجام گیرد. در طراحی شبکه‌ی خطوط لوله، قیود متعددی باید مدنظر قرارگیرد. در اینجا برای نزدیکی هر چه بیش‌تر مدل‌سازی به شرایط واقعی، قیود زیر مورد توجه قرار گرفته است. ابتدا مجموعه‌ها و نمادها را به ترتیب در جدول‌های (۱) و (۲) تعریف می‌کنیم. با استفاده از این نمادها محدودیت‌های مساله را می‌نویسیم.

جدول ۱. مجموعه‌ها و اندیس‌ها

نام	توضیح مجموعه
I	مجموعه‌ی انواع TBSها که هر نوع آن با i نمایش داده می‌شود.
T	مجموعه مکان‌های بالقوه نصب TBS است، که هر مکان به صورت t نمایش داده می‌شود.
Z	مجموعه‌ی کلیه ناحیه‌های مصرف است که هر ناحیه به صورت z نمایش داده می‌شود.
S	مجموعه کلیه CGSهاست که هر CGS به صورت sنمایش داده می‌شود.
d_n	تعداد قطرهای لوله مجاز جهت نصب در شبکه.
m_k	اندازه‌ی قطر k مجاز.

جدول ۲. نمادها و متغیرها

نام	توضیح نماد
y_{it}	متغییر دودویی است که در صورت نصب TBS نوع i در مکان t مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر را می‌گیرد.
w_{tz}	متغییر دودویی است در صورتی که ناحیه z از TBS مکان t تغذیه شود مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر را می‌گیرد.
u_{st}	متغییر دودویی است در صورتی که TBS مکان t از CGS منبع s تغذیه شود مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر می‌گیرد.
q_i	متغییری است که ظرفیت TBS نوع i را نشان می‌دهد.
d_z	متغییری است که مقدار تقاضا در ناحیه z را نشان می‌دهد.
d_s	مقدار حجم گازی است که در منبع s وجود دارد.
D_{st}	قطر لوله‌ها از منبع s تا TBS مکان t را نشان می‌دهد.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

نام	توضیح نماد
D_{tz}	قطر لوله‌ها TBS نوع t تا ناحیه z را نشان می‌دهد.
D_{tz}	طول لوله‌ها از منبع s تا TBS مکان t را نشان می‌دهد.
L_{tz}	طول لوله‌ها TBS نوع t تا ناحیه z را نشان می‌دهد.
Q_{tz}	مقدار جریان گاز خروجی برحسب مترمکعب بر ثانیه در لوله‌های بین TBS مکان t ناحیه z را نشان می‌دهد.
Q_{st}	مقدار جریان گاز خروجی برحسب مترمکعب بر ثانیه در لوله‌های بین منبع s TBS مکان t را نشان می‌دهد.
π_{st}^{s}	فشار گاز از منبع s به TBS مکان t است.
π_{st}^{t}	فشار گاز TBS مکان t از منبع s است.
π_{tz}^{z}	فشار گاز در ناحیه z از TBS مکان t است.
π_{tz}^{t}	فشار گاز از TBS مکان t به ناحیه z است.
M	بزرگ‌ترین عددی که در معادلات صدق می‌کند را نشان می‌دهد.
K	ضریب ثابت مثبت در معادله‌ها را نشان می‌دهد.
CT_t	هزینه خرید TBS را نشان می‌دهد.
CP_i	هزینه خرید مکان نصب TBS را نشان می‌دهد.
CI_{tz}	هزینه نصب لوله‌هایی که در مسیر TBS به مصرف‌کنندگان متصل است را نشان می‌دهد.
CI_{st}	هزینه نصب لوله‌هایی که در مسیر بین منابع تا TBS نصب است را نشان می‌دهد.
CD_k	هزینه خرید هر متر لوله با قطر m_k .
mrs	بیش‌ترین مقدار نرخ جریان در لوله‌های بین منابع و TBS ها را نشان می‌دهد
mrt	کم‌ترین مقدار نرخ جریان در لوله‌های بین TBSها و مصرف‌کنندگان را نشان می‌دهد
zo	مقدار فشار گازی که به مصرف‌کنندگان می‌رسد.
zm	کم‌ترین مقدار فشار گازی که به مصرف‌کنندگان می‌رسد.
so	بیش‌ترین مقدار فشار در منابع است.
sm	بیش‌ترین مقدار گاز ارسالی از منابع می‌باشد.
x_{tz}	متغیرهای کمکی جهت خطی‌سازی محدودیت‌ها.
x_{st}	متغیرهای کمکی جهت خطی‌سازی محدودیت‌ها.
θ_{st}^{k} و θ_{tz}^{k}	متغیر دودویی، که به ترتیب نوع قطر انتخابی بین $(s\ ,\ t)$ و $(t\ ,\ z)$ را نشان می‌دهد.
λ_i^{st}	متغییر مثبت برای خطی‌سازی است.

طبق فرض در هر مکان t تنها یک نوع TBS باید نصب شود که محدودیت (۱) بیانگر همین موضوع است.

$$\sum_{i\in I} y_{ti} \le ۱ \qquad \forall t \in T \qquad (۱)$$

محدودیت (۲) نشان می‌دهد که ظرفیت هرTBS نصب شده در مکان t و سمت راست آن میزان حجم خروجی از TBS به ناحیه‌های مختلف است.

$$\sum_{i\in I} y_{ti} q_i \ge \sum_{z\in Z} w_{tz} d_z \qquad \forall t \in T \qquad (۲)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

محدو دیت (۳) بیان می‌دارد که هرTBS تنها از یک منبع s باید تغذیه کند.

$$\sum_{s\in S} u_{st} = \sum_{i\in I} y_{ti} \qquad \forall t \in T \tag{۳}$$

محدودیت (۴) بیانگر برآورده شدن تقاضای مصرف‌کنندگان می‌باشد. سمت راست نشان دهنده مجموع ظرفیت TBSهای نصب شده در تمامی مکان‌هایی است که به ناحیه‌ی z سرویس می‌دهند.

$$d_z \le \sum_{t\in T} w_{tz} \sum_{i\in I} y_{it} q_i = \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} w_{tz} y_{it} q_i \qquad \forall z \in Z \tag{۴}$$

محدودیت (۴) یک محدودیت غیرخطی است. با تعریف یک متغییر جدید $k_{itz} = w_{tz} y_{ti}$ این محدودیت را خطی می‌کنیم. این متغییر زمانی برابر یک است که متغییرهای دودویی w_{tz} و y_{it} برابر ۱ باشند. بر این اساس محدودیت (۴) را به صورت زیر خطی می‌کنیم:

$$d_z \le \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} k_{itz} q_i \qquad \forall z \in Z \tag{۵}$$

حال مقدار k_{itz} را بر اساس محدودیت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

$$k_{itz} \le w_{tz} \tag{۶}$$

$$k_{itz} \le y_{it} \tag{۷}$$

$$k_{itz} \ge w_{tz} + y_{it} - ۱ \tag{۸}$$

محدودیت‌های (۶) و (۷) بیان می‌کنند که هرگاه یکی از w_{tz} و y_{it} برابر صفر باشند، آنگاه مقدار k_{itz} برابر صفر و هرگاه w_{tz} و y_{it} برابر یک باشند، با محدودیت (۸) مقدار k_{itz} برابر یک می‌شود.

ظرفیت هر منبع s که به TBS های مختلف گازرسانی می‌کند باید از ظرفیت TBSهای مربوطه بیش‌تر باشد که محدودیت (۹) بیانگر همین موضوع است. عبارت سمت راست نامعادله همانند معادله‌ی (۴) تعریف شده است.

$$d_s \ge \sum_{t\in T} u_{st} \sum_{i\in I} y_{it} q_i = \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} u_{st} y_{it} q_i \quad \forall s \in S \tag{۹}$$

محدودیت (۹) نیز یک محدودیت غیرخطی است. با تعریف یک متغییر جدید $r_{sti} = u_{st} y_{it}$ این محدودیت را خطی می‌کنیم. این متغییر زمانی برابر یک است که متغییرهای دودویی u_{st} و y_{it} برابر ۱ باشند. بر این اساس محدودیت (۹) را به صورت زیر خطی می‌کنیم:

$$d_s \ge \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} r_{sti} q_i \qquad \forall s \in S \tag{۱۰}$$

حال مقدار r_{sti} را براساس محدودیت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

$$r_{sti} \le u_{st} \tag{۱۱}$$

$$r_{sti} \le y_{it} \tag{۱۲}$$

$$r_{sti} \ge u_{st} + y_{it} - ۱ \tag{۱۳}$$

محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) بیان می‌کنند که هرگاه یکی از u_{st} و y_{it} برابر صفر باشند، آن‌گاه مقدار r_{sti} برابر صفر و هرگاه u_{st} و y_{it} برابر یک باشند با محدودیت (۱۳) مقدار r_{sti} برابر یک می‌شود.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

محدودیت (۱۴) و (۱۵) معادله‌ی افت فشار در لوله‌هاست که به معادله‌ی ویمونت [۳] معروف است. در این مقاله یک بار این معادله را برای لوله‌هایی که از منابع تا TBSها وجود دارند و بار دیگر برای لوله‌هایی که ازTBSها تا مصرف‌کنندگان هستند، می‌نویسیم. در این معادله K ضریب ثابت مثبت است که به جنس هر لوله بستگی دارد. انرژی در گره‌ی iام را با p_i و فشار در گره‌ی iام را با $\pi^i = p_i^2$ نشان می‌دهیم. توان دوم انرژی در لوله‌های گاز، فشار است. چون فشار در منابع بیش‌تر از ایستگاه‌های TBS و نیز فشار در ایستگاه‌های TBS بیش‌تر از فشار در قسمت مصرف‌کنندگان است، عبارت سمت چپ معادله‌ی ویمونت مثبت می‌گردد. توان دوم نرخ جریان عبارت سمت راست معادله‌ی ویمونت را مثبت خواهد کرد.

$$\pi_{st}^s - \pi_{st}^t = KD_{st}^{-5}Q_{st}^2 L_{st} u_{st} \qquad \forall t \in T \ , s \in S \tag{۱۴}$$

$$\pi_{tz}^t - \pi_{tz}^z = KD_{tz}^{-5}Q_{tz}^2 L_{tz} w_{tz} \qquad \forall z \in Z \ , t \in T \tag{۱۵}$$

ابتدا محدودیت‌هایی برای فشارهای موجود در هر گره طبق تقاضاها و منابع‌ها به صورت زیر بیان می‌کنیم. این محدودیت‌ها بیان‌گر این می‌باشند که در صورت وجود مسیر بینTBS در مکان t و زون z باید فشار در مسیر ts در مکان t برابر oz^2 باشد و در مکان z باید کم‌تر از oz و بیش‌تر از zm^2 باشد. به صورت مشابه در صورت وجود مسیر بین مکان s و TBS مکان o باید فشار در مکان s برابر so و در مکان t کم‌تر از sm باشد.

$$\pi_{tz}^t = w_{tz} zo^2 \tag{۱۶}$$

$$\pi_{tz}^z \le w_{tz} zo^2 \tag{۱۷}$$

$$w_{tz} zm^2 \le \pi_{tz}^z \tag{۱۸}$$

$$sm^2 u_{st} \le \pi_{st}^t \tag{۱۹}$$

$$so^2 u_{st} \le \pi_{st}^s \tag{۲۰}$$

قبل از بیان خطی‌سازی معادلات بالا محدودیت‌های نرخ جریان را بیان می‌کنیم. محدودیت (۲۱) بیان می‌کند که جریان ورودی به ناحیه‌ها باید کم‌تر از جریان خروجی از منابع باشد. میزان جریان خروجی از منابع باید از نرخ کل جریان کم‌تر باشد که محدودیت (۲۲) همین موضوع را بیان می‌دارد. محدودیت(۲۳) بیان می‌کند که جریان ورودی به ناحیه‌ها باید بیش‌تر از تقاضا باشد. معادلات (۲۴) و (۲۵) نشان می‌دهد در صورت عدم وجود مسیر بین مسیرهای (s,t) و (t,z) مقدار جریان در این مسیرها برابر صفر می‌شود.

$$\sum_{z \in Z} Q_{tz} - \sum_{s \in S} Q_{st} \le 0 \qquad \forall t \in T \tag{۲۱}$$

$$\sum_{t \in T} Q_{st} \le mrs \qquad \forall s \in S \tag{۲۲}$$

$$\sum_{t \in T} Q_{tz} \ge mrt \qquad \forall z \in Z \tag{۲۳}$$

$$0 \le Q_{st} \le u_{st} Q_{max} \qquad \forall s \in S, \ t \in T \tag{۲۴}$$

$$0 \le Q_{tz} \le w_{tz} Q_{max} \qquad \forall z \in Z, \ t \in T \tag{۲۵}$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

حال نحوه‌ی خطی‌سازی معادله‌ی (۱۴) را بیان می‌کنیم. خطی‌سازی معادله‌ی (۱۵) همانند معادله‌ی (۱۴) می‌باشد و توضیحات مربوط را حذف نمودیم. معادلات ویمونت ذکر شده، معادلات غیرخطی است. برای خطی‌سازی این معادلات به این صورت عمل می‌کنیم: ابتدا تابع $Q_{st}^{۲}$ را با توابع تکه‌ای خطی تخمین می‌زنیم. بازه $[۰,Q_{max}]$ را به n قسمت به صورت $[a_{۱},a_{۲}],[a_{۲},a_{۳}],\ldots,[a_{n-۱},a_n]$ تقسیم می‌کنیم و تابع $Q_{st}^{۲}$ با توابع تکه‌ای خطی در بازه‌های $[a_i,a_{i+۱}]$ تخمین زده می‌شود (شکل ۱). مقدار $Q_{st}^{۲}$ با مقدار زیر تقریب زده می‌شود:

$$x_{st}=\lambda_{۱}^{st}b_{۱}+\ldots+\lambda_{n}^{st}n \qquad (۲۶)$$

که در آن:

$$b_i=a_i^{۲} \quad i=۱,\ldots,n \qquad (۲۷)$$

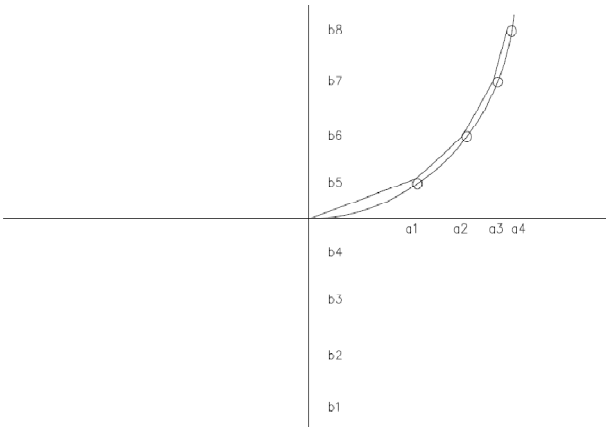
$$\lambda_{۱}^{st}+\ldots+\lambda_{n}^{st}=u_{st} \qquad (۲۸)$$

$$\lambda_{۱}^{st}\le y_{۱}^{st} \qquad (۲۹)$$

$$\lambda_{i}^{st}\le y_{i-۱}^{st}+y_{i}^{st} \qquad (۳۰)$$

$$\lambda_{n}^{st}\le y_{n-۱}^{st} \qquad (۳۱)$$

$$\sum_{i=۱}^{n-۱}y_{i}^{st}=u_{st},\quad \lambda_{i}^{st}\ge ۰ \qquad (۳۲)$$



شکل ۱. تخمین قطعه قطعه‌ی خطی تابع $Q_{st}^{۲}$

x_{st} براساس ترکیب محدب در بازه‌ی $[b_i,b_{i+۱}]$ نوشته می‌شود و تنها دو مقدار پشت سر هم λ_i^{st} و $\lambda_{(i+۱)}^{st}$ مقدار غیر صفر را می‌پذیرد. محدودیت (۲۸) ترکیب محدب را تضمین می‌کند. محدودیت‌های (۲۹) تا (۳۱) تضمین می‌کند تنها دو متغییر پشت سر هم λ_i^{st} و $\lambda_{(i+۱)}^{st}$ می‌توانند غیر صفر شود. حال معادله‌ی (۱۴) و (۱۵) به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\pi_{st}^{s}-\pi_{st}^{t}=KD_{st}^{-۵}x_{st}L_{st} \qquad (۳۳)$$

$$\pi_{tz}^{t}-\pi_{tz}^{z}=KD_{tz}^{-۵}x_{tz}L_{tz} \qquad (۳۴)$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

معادلات مربوط به x_{tz} همانند x_{st} است که آن‌ها را حذف نمودیم. مقدار D_{st} نشان‌دهنده‌ی قطر انتخاب شده از بین قطرهای موجود است، براین اساس عبارت $D_{st}^{-۵}x_{st}$ را با متغییر e_{st} جایگزین می‌کنیم. با استفاده از این متغیر این عبارت خطی می‌شود. حال مقدار e_{st} را براساس معادلات زیر تعیین می‌کنیم. قرار می‌دهیم:

$$e_{st} = \lambda_{st}^{۱} + \lambda_{st}^{۲} + \ldots + \lambda_{st}^{dn} \quad (۳۵)$$

λ_{st}^{i} را بر اساس قطر m_k، متغییر x_{st} و مقدار u_{st} مقداردهی می‌کنیم.

$$\theta_{st}^{۱} + \ldots + \theta_{st}^{dn} = u_{st} \quad (۳۶)$$

$$\gamma_{st}^{k} \le m_k^{-۵} x_{st} \quad (۳۷)$$

$$\gamma_{st}^{k} \ge m_k^{-۵} x_{st} + \left(\theta_{st}^{k} - ۱\right) M \quad (۳۸)$$

$$\gamma_{st}^{k} \le \theta_{st}^{k} M \quad (۳۹)$$

مقدار M برابر حداکثر مقدار عبارت $D_{st}^{-۵}x_{st}$ است. حداکثر مقدار عبارت مذکور برابر $\frac{۱}{(m_m in^{۵}) a_n^{۲}}$ می‌باشد.

معادله‌ی (۳۶) نشان می‌دهد اگر مسیری بین s و t برقرار شد در آن صورت یکی از مقادیر θ_{st}^{i} می‌تواند مقدار یک بگیرد و در نتیجه باید یکی از قطرهای ممکن انتخاب شود در غیر این صورت مقدار آن صفر است. معادله‌ی (۳۷)، (۳۸) و (۳۹) بیان می‌کند که تنها یکی از مقادیر γ_{st}^{i} می‌تواند غیر صفر باشد و برابر عبارت غیرخطی شود؛ لذا معادلات (۳۳) و (۳۴) به صورت معادلات خطی زیر تقریب زده می‌شود:

$$\pi_{st}^{s} - \pi_{st}^{t} = K e_{st} L_{st} \quad (۴۰)$$

$$\pi_{tz}^{t} - \pi_{tz}^{z} = K e_{tz} L_{tz} \quad (۴۱)$$

۳ تابع هدف

هدف در این مقاله کمینه‌سازی کل سرمایه‌گذاری‌ها در شبکه‌ی گاز می‌باشد. در حالت کلی، هزینه‌های خطوط لوله و ایستگاه‌های فشار گاز، قسمت عمده‌ی هزینه‌های پروژه‌های مربوط به خطوط لوله را شامل می‌گردد. در طراحی شبکه‌های انتقال گاز گاهی طراحی براساس تمامی جزئیات مربوط به تجهیزات ایستگاه‌ها و خطوط لوله انجام می‌گیرد؛ لذا تابع هدف مساله را به گونه‌ای باید تعیین کرد که هزینه‌های مذکور به صورت چشم‌گیری کاهش یابد. برای این منظور معادله زیر را در نظر می‌گیریم. عبارت‌های تابع هدف به ترتیب شامل هزینه‌های خرید مکان t، نصب TBSها، هزینه‌ی لوله‌گذاری از مکان t به z، هزینه لوله‌گذاری از مکان s به t، هزینه‌ی قطر لوله از مکان t به z و هزینه‌ی قطر لوله از مکان s به t است.

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} y_{it} CP_t + \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} CI_i y_{it} + \sum_{t\in T}\sum_{z\in Z} w_{tz} L_{tz} C_{tz} + \sum_{t\in T}\sum_{s\in S} u_{st} L_{st} CI_{st} \\ & + \sum_{t\in T}\sum_{z\in Z}\sum_{k=۱}^{dn} \theta_{tz}^{k} CD_k L_{tz} + \sum_{t\in T}\sum_{s\in S}\sum_{k=۱}^{dn} \theta_{tz}^{k} CD_k L_{st} \end{aligned}$$

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

٤ مثال عددی

در این قسمت یک مثال عددی برای نشان دادن کارایی این مدل ارایه شده است. این مثال شهر پل‌سفید در استان مازندران است [١١]. در این مثال ١١مصرف کننده با تقاضاهای مختلف و سه نوع TBS که می‌توانند در نه مکان مختلف نصب شوند ارایه شده است. همچنین سه منبع در سه مکان نیز نصب گردید. جدول (٣) مربوط به مقدار تقاضای هر مصرف‌کننده براساس مترمکعب می‌باشد. جدول (٥) فاصله‌ی بین TBS و مصرف‌کننده را نشان می‌دهد. جدول (٦) نشان‌دهنده هزینه تاسیس TBSهای موجود و ظرفیت هر کدام را نشان می‌دهد. جدول (٧) و (٨) نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی لوله‌ها با قطرهای مختلف می‌باشد که در شبکه به ترتیب بین منابع وTBS و TBS و مصرف‌کنندگان موجود است. TBSها می‌توانند از سه منبع تغذیه کنند. فاصله‌ی این سه منبع ازTBSها در جدول (٤) نشان داده شده است. با مدل ارایه شده در این مقاله با استفاده از Cplex12.5 این مثال را حل کردیم و نتایج آن را در دو جدول (٩) و (١٠) گزارش دادیم. پیاده سازی توسط کامپیوتر با پردازنده‌ی cori5–3200MG و Ram-4G انجام گرفته است. مدت زمان حل برنامه در ٨ دقیقه و ١٦ ثانیه صورت گرفته است. تعداد متغییرهای دودویی آن **٦٣٢٩٠**، متغیرهای غیر صحیح آن **٦٣٥٤١**، محدودیت‌های آن **٦٧٦٣٨** و مقدار تابع هدف **٣٢٤٣٣٥٠** است. جدول (١٠) نشان می‌دهد که هر مصرف کننده از چه مکانی که TBS نصب شده است تغذیه می‌کند و قطر و فشار و نرخ جریان لوله‌ها چقدر می‌باشد. جدول (٩) نیز نشان می‌دهد هر منبع به چه مکان‌هایی گاز می‌رساند و قطر و فشار و نرخ جریان لوله‌ها را گزارش می‌دهد.

جدول٣. مقدار تقاضای هر مصرف کننده

مصرف‌کنندگان	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
مقدار مصرف	٦٢٣	٩١٢/٤	٤٣٥/٨	١٩٠٨/٨	١٦٦٣/٨	١٠٩٥/٣	١٥٣٦/٩	٩٤٥/٧	٧٦٦/٦	٤٩٥/٣	٨١٧/١

جدول٤. فاصله بین منابع و TBS

		مکان‌های نصب TBS								
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
منبع	١	٢٣٨٤	٣٥٦٨	١٩٨٢	٢٠١٥	٣٠٠١	٢٠١٧	١٨٩٧	١٧٨٨	٢٠٠٨
	٢	١٠٨٨	٢٧٤٩	٢٠٣١	٢٥٣٤	٢٨٥٧	١٦١٥	١٨١٨	٣٤٩٦	٢٤٥٩
	٣	٢٢٣٣	١٠٩٢	٢٠٢٩	٢٠٢٧	٣٩٩٤	١٨٦٤	٢٥٠٥	٣٠٩٦	٢٤٠٧

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

جدول۵. فاصله‌ی بین مصرف کننده‌ها و TBS

		مصرف کنندگان									
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
مکان‌های نصب TBS	۱	۱۶۰	۳۶۳	۳۰۷	۸۱۳	۸۸۸	۱۵۱۵	۱۸۸۳	۲۰۲۷	۲۵۳۵	۲۹۹۰	۳۲۹۴
	۲	۳۹۲	۷۳۶	۳۱۷	۴۱۷	۴۳۰	۱۱۹۴	۱۴۳۳	۱۶۲۱	۲۰۹۸	۲۵۴۲	۲۸۵۷
	۳	۷۵۸	۱۱۲۷	۶۹۰	۲۱۹	۱۱۴	۹۳۰	۱۰۳۶	۱۲۵۲	۱۷۰۵	۲۱۴۵	۲۴۶۴
	۴	۱۲۱۸	۱۶۳۰	۱۱۹۵	۵۳۳	۵۳۰	۶۴۳	۵۶۵	۷۵۶	۱۲۰۴	۱۶۶۰	۱۹۶۴
	۵	۱۳۲۴	۱۷۸۹	۱۳۷۹	۶۵۲	۷۷۷	۳۵۸	۶۲۶	۵۶۹	۱۱۲۲	۱۶۱۵	۱۸۶۵
	۶	۵۱۰	۱۰۰۸	۶۶۷	۲۴۰	۵۳۰	۸۶۱	۱۳۲۲	۱۳۸۸	۱۹۲۷	۱۴۰۴	۲۶۷۹
	۷	۲۱۷۹	۲۶۰۵	۲۱۹۶	۱۴۹۱	۱۴۸۹	۱۰۵۴	۵۰۹	۳۷۸	۲۴۲	۷۴۳	۹۹۳
	۸	۱۹۱۹	۲۳۷۶	۱۹۵۶	۱۲۴۱	۱۳۰۶	۷۱۰	۵۲۶	۲۲۸	۵۸۱	۱۰۸۱	۱۲۸۹
	۹	۳۰۹۶	۳۴۹۶	۳۰۵۲	۲۴۰۷	۲۳۶۰	۱۹۶۷	۱۳۳۶	۱۲۸۷	۶۹۰	۲۳۹	۲۲۰

جدول ٦. هزینه‌ی تاسیس و ظرفیت TBSها

نوع TBS	ظرفیت	هزینه
نوع۱	۵۰۰۰	۵۰۰۰۰
نوع۲	۱۰۰۰۰	۶۵۰۰۰
نوع۳	۲۰۰۰۰	۸۵۰۰۰

جدول۷. قطر لوله‌های مجاز بین TBS و مصرف کنندگان و هزینه‌های مربوطه

نوع لوله	هزینه
۱۱اینچی	۴۰
۱۲اینچی	۴۵
۱۳اینچی	۵۰
۱۴اینچی	۵۵
۱۵اینچی	۶۰

جدول ۸. قطر لوله‌های بین TBS و منابع وهزینه آن‌ها

نوع لوله	هزینه
۱۵اینچی	۶۰
۱۶اینچی	۶۵
۱۷اینچی	۷۰
۱۸اینچی	۷۵
۱۹اینچی	۸۰

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

جدول ۹. مکان‌های نصب TBS، تخصیص منابع به TBS اندازه‌ی قطرهای بین منابع و TBS، فشار دریافتی در TBSها، نرخ جران در هر یک از مسیرها

منابع	مکان نصب	قطر	فشار	نرخ جریان
۳	۲	۵	۶۲۵۰۰	۶۰۰
۲	۷	۵	۶۲۵۰۰	۶۰۰
۲	۱	۴	۶۲۵۰۰	۶۰۰
۱	۸	۵	۶۲۵۰۰	۶۰۰

جدول ۱۰. تخصیص TBSها به مصرف‌کنندگان، اندازه‌ی قطرها بین TBS و مصرف‌کنندگان، فشار دریافتی در مصرف‌کنندگان، نرخ جریان در هر یک از مسیرها

مصرف‌کنندگان	مکان تغذیه	قطر	فشار	نرخ جریان
۱	۱	۲	۳۶۰۰	۲۰۰
۲	۱	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۳	۱	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۴	۲	۳	۳۶۰۰	۲۰۴
۵	۲	۵	۳۶۰۰	۲۴۶
۶	۸	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۷	۸	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۸	۸	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۹	۷	۵	۳۶۰۰	۲۰۰
۱۰	۷	۵	۳۶۰۰	۹۹۹/۱۹۹
۱۱	۷	۱	۳۶۰۰	۹۹۹/۱۹۹

منابع

[1] Martin, A., Moller, M., Moritzs, P., (2006). Mixed integer models for the stationary case of gas network optimization. Mathematical programming, 105, 563–82.

[2] Chebouba, A., Yalaoui, F., Smati, A., Amodeo, L., Younsi, K., Tairi, A., (2009). Optimization of natural gas pipeline transportation using ant colony optimization. Computers & Operations Research, 36, 1916-1923.

[3] Andre, J., Frédéric, B., Laurent, C., (2009). Optimization of capacity expansion planning for gas transportation networks. European Journal of Operational Research, 197, 1019-1027.

[4] Andre, J., Jean, B., Daniel, D. W., Maisonnier, G., Sidi, M., Simonnet, A., (2013). Optimal design and dimensioning of hydrogen. European Journal of Operational Research, 110, 239–251.

[5] Ruan, Y., Liu, Q., Zhou, W., Batty, B., Gao, W., Ren, J., Watanabe, T., (2009). A Procedure to Design the Mainline System in Natural Gas Networks. Applied Mathematical Modeling, 33, 3040-3051.

[6] Chen, Z. Z., (1985). Transportation on Natural Gas Pipeline. Petroleum Industry Publishing Co. Ltd.

[7] Kabirian, A., Hemmati, M. R., (2007). A Strategic Planning Model for Natural Gas Transmission Networks. Energy Policy, 35, 5656-5670.

[8] Borraz-Sanchez, C., Rios-Mercado, R. Z., (2009). Improving the Operation of Pipeline Systems on Cyclic Structures by Tabu Search. Computers and Chemical Engineering, 64, 3358-64.

[9] Wu, S., Rios-Mercado, R. Z., Boyd, E. A., Scott, L. R., (2000). Model Relaxations for the Fuel Cost Minimization of Steady-State Gas Pipeline Networks. Mathematical and Computer Modeling, 31, 197-220.

[10] Mohitpour, G., Murray, P., (2003). Pipeline Design and Construction. A Practical Approach, Second Edition, ASME Press, USA.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]

[11] Mahdavi, I., Arabmaghsudi, M., Taghipourian, F., Mohajeri, A., Yahyanejad, M. H., Mahdavi-Amiri, N., (2010). An optimal natural-gas network using minimum spanning tree. Computers and Industrial Engineering (CIE), 2010 40th International Conference on, Awaji, 1-5.

[Downloaded from mail.jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.1.5.3]