

## طراحی شبکه‌ی گاز، مکان‌یابی ایستگاه‌های گسترده‌ی شهری، مسیریابی و قطریابی خطوط لوله‌ی گاز

روح اله یوسف‌پور<sup>\*</sup>، سیده معصومه طاهری تازی<sup>۲</sup>

۱- استادیار دانشگاه مازندران، دانشکده علوم ریاضی، گروه علوم کامپیوتر، مازندران، ایران

۲- کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، گروه ریاضی کاربردی، مازندران، ایران

رسید مقاله: ۲ شهریور ۱۳۹۴

پذیرش مقاله: ۱۷ بهمن ۱۳۹۴

### چکیده

در طراحی خطوط لوله‌ی شبکه‌ی گاز عوامل مختلفی را باید در نظر گرفت، مانند: شرایط محیطی موجود، شرایط خاص لوله‌ها، هزینه‌ی نصب و ... . طراحی بهینه‌ی سیستم شبکه‌ی گاز، با توجه به این شرایط اجرا، انجام می‌گیرد. شرایط اجرا شامل مراحل طراحی و قرارگیری سیستم‌های مختلف مانند: ایستگاه‌های تقلیل فشار، مسیریابی خطوط لوله و تعیین قطر آن‌ها بر اساس محل مصرف کنندگان است و بر اساس هزینه‌های موجود، شبکه‌ی بهینه توزیع طراحی می‌شود. در این مقاله مدلی برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی گاز ارائه می‌دهیم به طوری که هزینه‌ی سرمایه‌گذاری را کمینه کند. شبکه‌ی پیشنهادی شامل سه دسته‌ی ایستگاه دروازه‌ی شهری، ایستگاه گسترده‌ی شهری و مصرف کنندگان می‌باشد. در اینجا مساله‌ی مکان‌یابی ایستگاه گسترده‌ی شهری، مسیریابی و قطریابی لوله‌ها به صورت همزمان مدل‌سازی می‌شود. برخی از محدودیت‌های موجود، ماهیت غیرخطی دارند که به صورت محدودیت‌های خطی تقریب زده می‌شود. مدل ارائه شده را برای مثال واقعی با استفاده از Cplex12.5 حل می‌کنیم و نتایج را گزارش می‌دهیم.

**کلمات کلیدی:** شبکه‌ی گاز، محدودیت‌های غیرخطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته.

### ۱ مقدمه

شبکه‌ی بهینه‌ی گاز طبیعی یک ترکیب چندگانه با انتقال جریان گاز است. طراحی چنین شبکه‌ای را با هدف بهینه‌سازی جریان با استفاده از ایستگاه‌های کمپرسور و برای برآوردن خواسته‌های مشتریان می‌توان در کارهای [۱] مشاهده کرد، که هدف اصلی در این مقاله کمینه کردن مصرف سوخت در کمپرسورهاست. که در آن مساله را با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی مدل‌سازی نمودند. ایستگاه‌های فشار گاز مهم‌ترین بخش در این شبکه‌ی گاز می‌باشد. برای حل مدل غیرخطی، از تقریب خطی‌سازی استفاده شد. در [۲] توان مصرفی توسط ایستگاه‌های کمپرسور، با استفاده از

<sup>\*</sup> عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: yousefpour@umz.ac.ir

یک الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه کمینه می‌شود. این مساله شامل کمپرسورها و خطوط لوله‌هایی است که این کمپرسورها را به هم متصل می‌کند و میزان توان مصرفی در کمپرسورها کمینه می‌شود. در [۳] مساله‌ی انتقال گاز به صورت یک مساله‌ی گسسته و غیرمحدب مدل‌سازی می‌گردد که معادلات جریان با استفاده از معادله‌ی کیرشهف و معادله‌ی افت فشار در لوله‌ها با استفاده از معادله‌ی ویمونت مدل‌سازی شد. ابتدا تابع هدف مساله با یک تابع محدب تقریب زده و سپس با استفاده از آزادسازی مساله به یک مساله‌ی پیوسته تبدیل می‌شود و با فرآیند شاخه و کران، جواب بهینه‌ی مساله به دست می‌آید. در این مدل تنها مسیرهای لوله‌گذاری جدید تعیین می‌شود. در [۴]، شبکه‌ی انتقال گاز با لوله‌هایی با قطرهای متفاوت مطرح شد که گاز را با جریان و فشار مشخص شده انتقال می‌دهد. در این مقاله به طور همزمان مسیریابی، قطریابی، جریان و فشار بهینه را با استفاده از خاصیتی که برای شبکه‌ی درختی وجود دارد و با استفاده از تغییرات دلتا توپولوژی بهینه‌ی گاز مشخص می‌کنند. ابتدا با استفاده از درخت اشتاینر یک درخت کمینه در شبکه به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از تغییرات دلتا سعی در بهبود درخت اولیه و رسیدن به جواب اولیه می‌کنند.

غالب هزینه‌های سرمایه‌گذاری شبکه‌های انتقال گاز و تقریباً تمامی هزینه‌های عملکردی و نگهداری آن مربوط به خطوط لوله و ایستگاه‌های افزایش فشار می‌باشد و از خطوط لوله و ایستگاه‌های افزایش فشار به عنوان مولفه‌های اصلی شبکه‌های انتقال گاز نام برده می‌شود [۶۵].

گاز طبیعی به هنگام استخراج، دارای ناخالصی‌هایی همچون شن، ماسه، آب شور و گازهای اسیدی است که خاصیت خوردگی دارند. به همین علت، گاز خام استخراج شده از اعماق زمین قابل استفاده نیست و ضمن تصفیه لازم است برای کاربردهای مختلف تجزیه گردد. جابجایی گاز تصفیه شده به دو کلاس انتقال و توزیع تقسیم می‌شود. انتقال گاز عبارت است از جابه‌جایی حجم بالایی از گاز در فشارهای بالا و در فواصل طولانی از منابع تا محل‌های توزیع [۸ و ۷]. بر خلاف آن، توزیع گاز، فرآیند رساندن گاز از مراکز توزیع به مصرف‌کنندگان و مشتریان است. به علت غیرخطی بودن مدل مساله، در تمامی روش‌های ارایه شده، یک روش ابتکاری برای حل مساله ارایه می‌شود [۹ و ۱۰]. در کلیه مقالات ارایه شده در ادبیات موضوع، مساله‌ی مکان‌یابی، قطریابی و مسیریابی به صورت همزمان بررسی نشده است. در این مقاله برای اولین بار این مساله مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله با تخمین معادلات غیرخطی با معادلات خطی، مساله را با روش‌های عدد صحیح حل می‌کنیم. ایستگاه‌های کاهش فشار گاز، اجزای مهم در شبکه‌ی گاز طبیعی می‌باشد. ایستگاه‌های فشار گاز، در انواع مختلف، با توجه به مقدار مصرف مناطق طبقه‌بندی می‌شود و آن‌ها را با تجهیزات مختلف نصب می‌کنند. با در نظر گرفتن زنجیره‌ی توزیع گاز طبیعی در یک شهر، نیاز به تعریف دقیق بعضی از رده‌ها خواهیم داشت. اولین رده‌ی ایستگاه‌ها، ایستگاه دروازه شهری (CGS) است، که برای کاهش فشار گاز از خطوط سراسری (شاه لوله‌ها) به مرحله‌ی بعدی استفاده می‌شود و فشار گاز از ۱۰۰۰ پاسکال به ۲۵۰ پاسکال کاهش می‌یابد [۱۰].

برای انتقال جریان گاز به مصرف‌کنندگان، نوع دیگری از ایستگاه‌ها مورد نیاز است که ایستگاه‌ها گسترده‌ی شهری (TBS) یک ایستگاه برمی‌گرداند که در آن فشار گاز دریافت شده از CGS را به فشار گاز به گاز مورد نظر بر اساس نظر مصرف‌کننده تبدیل می‌شود. در واقع فشار گاز از ۲۵۰ پاسکال به ۶۰ پاسکال کاهش می‌یابد. هزینه‌ی یک شبکه‌ی گاز، براساس تعیین مکان TBS‌ها نوع TBS، مسیر لوله‌گذاری و قطر لوله‌ها مشخص می‌شود. هدف در این مقاله

تعیین بهینه این مقادیر است، به طوری که هزینه‌ی ایجاد شبکه کمینه شود. برای این منظور ابتدا مکان‌های بالقوه ایجاد TBS شناسایی شده، سپس به صورت بهینه مکان‌های ایجاد TBS نوع TBS ها و مسیر لوله‌گذاری و قطر آن‌ها تعیین می‌گردد.

در بخش دوم این مقاله، مساله‌ی طراحی شبکه‌ی گاز تعریف شده، سپس با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی صحیح آمیخته مدل می‌شود. در مدل طراحی شده برخی از محدودیت‌ها غیرخطی‌اند که این محدودیت‌ها را با محدودیت‌های خطی تقریب می‌زنیم. در بخش سوم، یک مثال واقعی از مساله بیان و نتایج گزارش می‌شود.

## ۲ تعریف مساله و مدل‌سازی

در این مقاله هدف طراحی یک شبکه‌ی گازرسانی است به طوری که مکان‌یابی ایستگاه‌های TBS، مسیریابی و قطریابی لوله‌ها به صورت بهینه انجام گیرد. در طراحی شبکه‌ی خطوط لوله، قیود متعددی باید مدنظر قرار گیرد. در اینجا برای نزدیکی هر چه بیش‌تر مدل‌سازی به شرایط واقعی، قیود زیر مورد توجه قرار گرفته است. ابتدا مجموعه‌ها و نمادها را به ترتیب در جدول‌های (۱) و (۲) تعریف می‌کنیم. با استفاده از این نمادها محدودیت‌های مساله را می‌نویسیم.

جدول ۱. مجموعه‌ها و اندیس‌ها

| نام   | توضیح مجموعه                                                                  |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $I$   | مجموعه‌ی انواع TBS ها که هر نوع آن با $i$ نمایش داده می‌شود.                  |
| $T$   | مجموعه مکان‌های بالقوه نصب TBS است، که هر مکان به صورت $t$ نمایش داده می‌شود. |
| $Z$   | مجموعه‌ی کلیه ناحیه‌های مصرف است که هر ناحیه به صورت $Z$ نمایش داده می‌شود.   |
| $S$   | مجموعه کلیه CGS ها است که هر CGS به صورت $S$ نمایش داده می‌شود.               |
| $d_n$ | تعداد قطرهای لوله مجاز جهت نصب در شبکه.                                       |
| $m_k$ | اندازه‌ی قطر $k$ مجاز.                                                        |

جدول ۲. نمادها و متغیرها

| نام      | توضیح نماد                                                                                                          |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $y_{it}$ | متغیر دودویی است که در صورت نصب TBS نوع $i$ در مکان $t$ مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر را می‌گیرد.             |
| $w_{tz}$ | متغیر دودویی است که در صورتی که ناحیه $Z$ از TBS مکان $t$ تغذیه شود مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر را می‌گیرد. |
| $u_{st}$ | متغیر دودویی است که در صورتی که TBS مکان $t$ از CGS منبع $S$ تغذیه شود مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر می‌گیرد. |
| $q_i$    | متغیری است که ظرفیت TBS نوع $i$ را نشان می‌دهد.                                                                     |
| $d_z$    | متغیری است که مقدار تقاضا در ناحیه $Z$ را نشان می‌دهد.                                                              |
| $d_s$    | مقدار حجم گازی است که در منبع $S$ وجود دارد.                                                                        |
| $D_{st}$ | قطر لوله‌ها از منبع $S$ تا TBS مکان $t$ را نشان می‌دهد.                                                             |

| نام                               | توضیح نماد                                                                                            |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D_{tz}$                          | قطر لوله‌ها $TBS$ نوع $t$ تا ناحیه $Z$ را نشان می‌دهد.                                                |
| $D_{tz}$                          | طول لوله‌ها از منبع $S$ تا $TBS$ مکان $t$ را نشان می‌دهد.                                             |
| $L_{tz}$                          | طول لوله‌ها $TBS$ نوع $t$ تا ناحیه $Z$ را نشان می‌دهد.                                                |
| $Q_{tz}$                          | مقدار جریان گاز خروجی برحسب مترمکعب بر ثانیه در لوله‌های بین $TBS$ مکان $t$ ناحیه $Z$ را نشان می‌دهد. |
| $Q_{st}$                          | مقدار جریان گاز خروجی برحسب مترمکعب بر ثانیه در لوله‌های بین منبع $S$ $TBS$ مکان $t$ را نشان می‌دهد.  |
| $\pi_{st}^s$                      | فشار گاز از منبع $S$ به $TBS$ مکان $t$ است.                                                           |
| $\pi_{st}^t$                      | فشار گاز $TBS$ مکان $t$ از منبع $S$ است.                                                              |
| $\pi_{tz}^z$                      | فشار گاز در ناحیه $Z$ از $TBS$ مکان $t$ است.                                                          |
| $\pi_{tz}^t$                      | فشار گاز از $TBS$ مکان $t$ به ناحیه $Z$ است.                                                          |
| $M$                               | بزرگ‌ترین عددی که در معادلات صدق می‌کند را نشان می‌دهد.                                               |
| $K$                               | ضریب ثابت مثبت در معادله‌ها را نشان می‌دهد.                                                           |
| $CT_t$                            | هزینه خرید $TBS$ را نشان می‌دهد.                                                                      |
| $CP_i$                            | هزینه خرید مکان نصب $TBS$ را نشان می‌دهد.                                                             |
| $CI_{tz}$                         | هزینه نصب لوله‌هایی که در مسیر $TBS$ به مصرف‌کنندگان متصل است را نشان می‌دهد.                         |
| $CI_{st}$                         | هزینه نصب لوله‌هایی که در مسیر بین منابع تا $TBS$ نصب است را نشان می‌دهد.                             |
| $CD_k$                            | هزینه خرید هر متر لوله با قطر $m_k$ .                                                                 |
| $mrs$                             | بیش‌ترین مقدار نرخ جریان در لوله‌های بین منابع و $TBS$ ها را نشان می‌دهد.                             |
| $mrt$                             | کم‌ترین مقدار نرخ جریان در لوله‌های بین $TBS$ ها و مصرف‌کنندگان را نشان می‌دهد.                       |
| $zo$                              | مقدار فشار گازی که به مصرف‌کنندگان می‌رسد.                                                            |
| $zm$                              | کم‌ترین مقدار فشار گازی که به مصرف‌کنندگان می‌رسد.                                                    |
| $so$                              | بیش‌ترین مقدار فشار در منابع است.                                                                     |
| $sm$                              | بیش‌ترین مقدار گاز ارسالی از منابع می‌باشد.                                                           |
| $x_{tz}$                          | متغیرهای کمکی جهت خطی‌سازی محدودیت‌ها.                                                                |
| $x_{st}$                          | متغیرهای کمکی جهت خطی‌سازی محدودیت‌ها.                                                                |
| $\theta_{tz}^k$ و $\theta_{st}^k$ | متغیر دودویی، که به ترتیب نوع قطر انتخابی بین $(s, t)$ و $(t, z)$ را نشان می‌دهد.                     |
| $\lambda_i^{st}$                  | متغیر مثبت برای خطی‌سازی است.                                                                         |

طبق فرض در هر مکان  $t$  تنها یک نوع  $TBS$  باید نصب شود که محدودیت (۱) بیانگر همین موضوع است.

$$\sum_{i \in I} y_{ti} \leq 1 \quad \forall t \in T \quad (1)$$

محدودیت (۲) نشان می‌دهد که ظرفیت هر  $TBS$  نصب شده در مکان  $t$  و سمت راست آن میزان حجم خروجی از  $TBS$  به ناحیه‌های مختلف است.

$$\sum_{i \in I} y_{ti} q_i \geq \sum_{z \in Z} w_{tz} d_z \quad \forall t \in T \quad (2)$$

محدودیت (۳) بیان می‌دارد که هر TBS تنها از یک منبع  $s$  باید تغذیه کند.

$$\sum_{s \in S} u_{st} = \sum_{i \in I} y_{ti} \quad \forall t \in T \quad (3)$$

محدودیت (۴) بیانگر برآورده شدن تقاضای مصرف‌کنندگان می‌باشد. سمت راست نشان دهنده مجموع ظرفیت TBSهای نصب شده در تمامی مکان‌هایی است که به ناحیه‌ی  $Z$  سرویس می‌دهند.

$$d_z \leq \sum_{t \in T} w_{tz} \sum_{i \in I} y_{ti} q_i = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} w_{tz} y_{ti} q_i \quad \forall z \in Z \quad (4)$$

محدودیت (۴) یک محدودیت غیرخطی است. با تعریف یک متغیر جدید  $k_{itz} = w_{tz} y_{ti}$  این محدودیت را خطی می‌کنیم. این متغیر زمانی برابر یک است که متغیرهای دودویی  $w_{tz}$  و  $y_{it}$  برابر ۱ باشند. بر این اساس محدودیت (۴) را به صورت زیر خطی می‌کنیم:

$$d_z \leq \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} k_{itz} q_i \quad \forall z \in Z \quad (5)$$

حال مقدار  $k_{itz}$  را بر اساس محدودیت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

$$k_{itz} \leq w_{tz} \quad (6)$$

$$k_{itz} \leq y_{it} \quad (7)$$

$$k_{itz} \geq w_{tz} + y_{it} - 1 \quad (8)$$

محدودیت‌های (۶) و (۷) بیان می‌کنند که هرگاه یکی از  $w_{tz}$  و  $y_{it}$  برابر صفر باشند، آنگاه مقدار  $k_{itz}$  برابر صفر و هرگاه  $w_{tz}$  و  $y_{it}$  برابر یک باشند، با محدودیت (۸) مقدار  $k_{itz}$  برابر یک می‌شود.

ظرفیت هر منبع  $s$  که به TBSهای مختلف گازرسانی می‌کند باید از ظرفیت TBSهای مربوطه بیشتر باشد که محدودیت (۹) بیانگر همین موضوع است. عبارت سمت راست نامعادله همانند معادله‌ی (۴) تعریف شده است.

$$d_s \geq \sum_{t \in T} u_{st} \sum_{i \in I} y_{ti} q_i = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} u_{st} y_{ti} q_i \quad \forall s \in S \quad (9)$$

محدودیت (۹) نیز یک محدودیت غیرخطی است. با تعریف یک متغیر جدید  $r_{sti} = u_{st} y_{ti}$  این محدودیت را خطی می‌کنیم. این متغیر زمانی برابر یک است که متغیرهای دودویی  $u_{st}$  و  $y_{it}$  برابر ۱ باشند. بر این اساس محدودیت (۹) را به صورت زیر خطی می‌کنیم:

$$d_s \geq \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} r_{sti} q_i \quad \forall s \in S \quad (10)$$

حال مقدار  $r_{sti}$  را بر اساس محدودیت‌های زیر محاسبه می‌کنیم:

$$r_{sti} \leq u_{st} \quad (11)$$

$$r_{sti} \leq y_{it} \quad (12)$$

$$r_{sti} \geq u_{st} + y_{it} - 1 \quad (13)$$

محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) بیان می‌کنند که هرگاه یکی از  $u_{st}$  و  $y_{it}$  برابر صفر باشند، آنگاه مقدار  $r_{sti}$  برابر صفر و هرگاه  $u_{st}$  و  $y_{it}$  برابر یک باشند با محدودیت (۱۳) مقدار  $r_{sti}$  برابر یک می‌شود.

محدودیت (۱۴) و (۱۵) معادله می افت فشار در لوله ها است که به معادله می ویمنت [۳] معروف است. در این مقاله یک بار این معادله را برای لوله هایی که از منابع تا TBS ها وجود دارند و بار دیگر برای لوله هایی که از TBS ها تا مصرف کنندگان هستند، می نویسیم. در این معادله  $K$  ضریب ثابت مثبت است که به جنس هر لوله بستگی دارد. انرژی در گره می  $i$  ام را با  $p_i$  و فشار در گره می  $i$  ام را با  $\pi^i = p_i$  نشان می دهیم. توان دوم انرژی در لوله های گاز، فشار است. چون فشار در منابع بیش تر از ایستگاه های TBS و نیز فشار در ایستگاه های TBS بیش تر از فشار در قسمت مصرف کنندگان است، عبارت سمت چپ معادله می ویمنت مثبت می گردد. توان دوم نرخ جریان عبارت سمت راست معادله می ویمنت را مثبت خواهد کرد.

$$\pi_{st}^s - \pi_{st}^t = KD_{st}^{-\frac{1}{2}} Q_{st}^{\frac{1}{2}} L_{st} u_{st} \quad \forall t \in T, s \in S \quad (14)$$

$$\pi_{tz}^t - \pi_{tz}^z = KD_{tz}^{-\frac{1}{2}} Q_{tz}^{\frac{1}{2}} L_{tz} w_{tz} \quad \forall z \in Z, t \in T \quad (15)$$

ابتدا محدودیت هایی برای فشارهای موجود در هر گره طبق تقاضاها و منابع ها به صورت زیر بیان می کنیم. این محدودیت ها بیان گر این می باشند که در صورت وجود مسیر بین TBS در مکان  $t$  و زون  $z$  باید فشار در مسیر  $ts$  در مکان  $t$  برابر  $oz^z$  باشد و در مکان  $z$  باید کم تر از  $oz$  و بیش تر از  $zm^z$  باشد. به صورت مشابه در صورت وجود مسیر بین مکان  $s$  و TBS مکان  $o$  باید فشار در مکان  $s$  برابر  $so$  و در مکان  $t$  کم تر از  $sm$  باشد.

$$\pi_{tz}^t = w_{tz} zo^z \quad (16)$$

$$\pi_{tz}^z \leq w_{tz} zo^z \quad (17)$$

$$w_{tz} zm^z \leq \pi_{tz}^z \quad (18)$$

$$sm^s u_{st} \leq \pi_{st}^t \quad (19)$$

$$so^s u_{st} \leq \pi_{st}^s \quad (20)$$

قبل از بیان خطی سازی معادلات بالا محدودیت های نرخ جریان را بیان می کنیم. محدودیت (۲۱) بیان می کند که جریان ورودی به ناحیه ها باید کم تر از جریان خروجی از منابع باشد. میزان جریان خروجی از منابع باید از نرخ کل جریان کم تر باشد که محدودیت (۲۲) همین موضوع را بیان می دارد. محدودیت (۲۳) بیان می کند که جریان ورودی به ناحیه ها باید بیش تر از تقاضا باشد. معادلات (۲۴) و (۲۵) نشان می دهد در صورت عدم وجود مسیر بین مسیرهای  $(s, t)$  و  $(t, z)$  مقدار جریان در این مسیرها برابر صفر می شود.

$$\sum_{z \in Z} Q_{tz} - \sum_{s \in S} Q_{st} \leq 0 \quad \forall t \in T \quad (21)$$

$$\sum_{t \in T} Q_{st} \leq mrs \quad \forall s \in S \quad (22)$$

$$\sum_{t \in T} Q_{tz} \geq mrt \quad \forall z \in Z \quad (23)$$

$$0 \leq Q_{st} \leq u_{st} Q_{max} \quad \forall s \in S, t \in T \quad (24)$$

$$0 \leq Q_{tz} \leq w_{tz} Q_{max} \quad \forall z \in Z, t \in T \quad (25)$$

حال نحوه‌ی خطی‌سازی معادله‌ی (۱۴) را بیان می‌کنیم. خطی‌سازی معادله‌ی (۱۵) همانند معادله‌ی (۱۴) می‌باشد و توضیحات مربوط را حذف نمودیم. معادلات ویمونت ذکر شده، معادلات غیرخطی است. برای خطی‌سازی این معادلات به این صورت عمل می‌کنیم: ابتدا تابع  $Q_{st}^*$  را با توابع تکه‌ای خطی تخمین می‌زنیم. بازه  $[0, Q_{max}]$  را به  $n$  قسمت به صورت  $[a_1, a_2], [a_2, a_3], \dots, [a_{n-1}, a_n]$  تقسیم می‌کنیم و تابع  $Q_{st}^*$  با توابع تکه‌ای خطی در بازه‌های  $[a_i, a_{i+1}]$  تخمین زده می‌شود (شکل ۱). مقدار  $Q_{st}^*$  با مقدار زیر تقریب زده می‌شود:

$$x_{st} = \lambda_1^{st} b_1 + \dots + \lambda_n^{st} b_n \quad (26)$$

که در آن:

$$b_i = a_i^* \quad i = 1, \dots, n \quad (27)$$

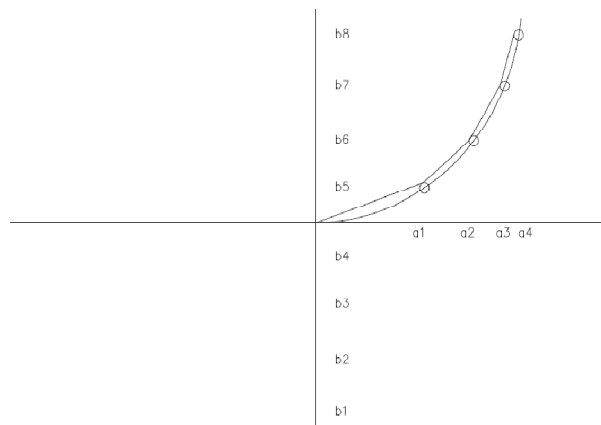
$$\lambda_1^{st} + \dots + \lambda_n^{st} = u_{st} \quad (28)$$

$$\lambda_1^{st} \leq y_1^{st} \quad (29)$$

$$\lambda_i^{st} \leq y_{i-1}^{st} + y_i^{st} \quad (30)$$

$$\lambda_n^{st} \leq y_{n-1}^{st} \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} y_i^{st} = u_{st}, \quad \lambda_i^{st} \geq 0 \quad (32)$$



شکل ۱. تخمین قطعه قطعه‌ی خطی تابع  $Q_{st}^*$

$x_{st}$  براساس ترکیب محدب در بازه‌ی  $[b_i, b_{i+1}]$  نوشته می‌شود و تنها دو مقدار پشت سر هم  $\lambda_{(i+1)}^{st}$  و  $\lambda_i^{st}$  مقدار غیر صفر را می‌پذیرد. محدودیت (۲۸) ترکیب محدب را تضمین می‌کند. محدودیت‌های (۲۹) تا (۳۱) تضمین می‌کند تنها دو متغیر پشت سر هم  $\lambda_{(i+1)}^{st}$  و  $\lambda_i^{st}$  می‌توانند غیر صفر شود. حال معادله‌ی (۱۴) و (۱۵) به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\pi_{st}^s - \pi_{st}^t = KD_{st}^{-\delta} x_{st} L_{st} \quad (33)$$

$$\pi_{tz}^t - \pi_{tz}^z = KD_{tz}^{-\delta} x_{tz} L_{tz} \quad (34)$$

معادلات مربوط به  $x_{tz}$  همانند  $x_{st}$  است که آن‌ها را حذف نمودیم. مقدار  $D_{st}$  نشان‌دهنده‌ی قطر انتخاب شده از بین قطرهای موجود است، براین اساس عبارت  $D_{st}^{-\delta} x_{st}$  را با متغیر  $e_{st}$  جایگزین می‌کنیم. با استفاده از این متغیر این عبارت خطی می‌شود. حال مقدار  $e_{st}$  را براساس معادلات زیر تعیین می‌کنیم. قرار می‌دهیم:

$$e_{st} = \lambda_{st}^1 + \lambda_{st}^2 + \dots + \lambda_{st}^{dn} \quad (35)$$

$\lambda_{st}^i$  را بر اساس قطر  $m_k$ ، متغیر  $x_{st}$  و مقدار  $u_{st}$  مقداردهی می‌کنیم.

$$\theta_{st}^1 + \dots + \theta_{st}^{dn} = u_{st} \quad (36)$$

$$\gamma_{st}^k \leq m_k^{-\delta} x_{st} \quad (37)$$

$$\gamma_{st}^k \geq m_k^{-\delta} x_{st} + (\theta_{st}^k - 1)M \quad (38)$$

$$\gamma_{st}^k \leq \theta_{st}^k M \quad (39)$$

مقدار  $M$  برابر حداکثر مقدار عبارت  $D_{st}^{-\delta} x_{st}$  است. حداکثر مقدار عبارت مذکور برابر  $\frac{1}{(m_m \ln^{\delta}) a_n^{\gamma}}$  می‌باشد.

معادله‌ی (۳۶) نشان می‌دهد اگر مسیری بین  $s$  و  $t$  برقرار شد در آن صورت یکی از مقادیر  $\theta_{st}^i$  می‌تواند مقدار یک بگیرد و در نتیجه باید یکی از قطرهای ممکن انتخاب شود در غیر این صورت مقدار آن صفر است. معادله‌ی (۳۷)، (۳۸) و (۳۹) بیان می‌کند که تنها یکی از مقادیر  $\gamma_{st}^i$  می‌تواند غیر صفر باشد و برابر عبارت غیر خطی شود؛ لذا معادلات (۳۳) و (۳۴) به صورت معادلات خطی زیر تقریب زده می‌شود:

$$\pi_{st}^s - \pi_{st}^t = K e_{st} L_{st} \quad (40)$$

$$\pi_{tz}^t - \pi_{tz}^z = K e_{tz} L_{tz} \quad (41)$$

### ۳ تابع هدف

هدف در این مقاله کمینه‌سازی کل سرمایه‌گذاری‌ها در شبکه‌ی گاز می‌باشد. در حالت کلی، هزینه‌های خطوط لوله و ایستگاه‌های فشار گاز، قسمت عمده‌ی هزینه‌های پروژه‌های مربوط به خطوط لوله را شامل می‌گردد. در طراحی شبکه‌های انتقال گاز گاهی طراحی براساس تمامی جزئیات مربوط به تجهیزات ایستگاه‌ها و خطوط لوله انجام می‌گیرد؛ لذا تابع هدف مساله را به گونه‌ای باید تعیین کرد که هزینه‌های مذکور به صورت چشم‌گیری کاهش یابد. برای این منظور معادله زیر را در نظر می‌گیریم. عبارت‌های تابع هدف به ترتیب شامل هزینه‌های خرید مکان  $t$ ، نصب TBS‌ها، هزینه‌ی لوله‌گذاری از مکان  $t$  به  $z$ ، هزینه لوله‌گذاری از مکان  $s$  به  $t$ ، هزینه‌ی قطر لوله از مکان  $t$  به  $z$  و هزینه‌ی قطر لوله از مکان  $s$  به  $t$  است.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} y_{it} CP_t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} CI_i y_{it} + \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} w_{tz} L_{tz} C_{tz} + \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} u_{st} L_{st} CI_{st} \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{z \in Z} \sum_{k=1}^{dn} \theta_{tz}^k CD_k L_{tz} + \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} \sum_{k=1}^{dn} \theta_{tz}^k CD_k L_{st} \end{aligned}$$



## ۴ مثال عددی

در این قسمت یک مثال عددی برای نشان دادن کارایی این مدل ارائه شده است. این مثال شهر پل سفید در استان مازندران است [۱۱]. در این مثال ۱۱ مصرف کننده با تقاضاهای مختلف و سه نوع TBS که می توانند در نه مکان مختلف نصب شوند ارائه شده است. همچنین سه منبع در سه مکان نیز نصب گردید. جدول (۳) مربوط به مقدار تقاضای هر مصرف کننده براساس مترمکعب می باشد. جدول (۵) فاصله‌ی بین TBS و مصرف کننده را نشان می دهد. جدول (۶) نشان دهنده هزینه تاسیس TBS های موجود و ظرفیت هر کدام را نشان می دهد. جدول (۷) و (۸) نشان دهنده هزینه لوله ها با قطرهای مختلف می باشد که در شبکه به ترتیب بین منابع و TBS و TBS و مصرف کنندگان موجود است. TBS ها می توانند از سه منبع تغذیه کنند. فاصله‌ی این سه منبع از TBS ها در جدول (۴) نشان داده شده است. با مدل ارائه شده در این مقاله با استفاده از Cplex12.5 این مثال را حل کردیم و نتایج آن را در دو جدول (۹) و (۱۰) گزارش دادیم. پیاده سازی توسط کامپیوتر با پردازنده‌ی cori5-3200MG و Ram-4G انجام گرفته است. مدت زمان حل برنامه در ۸ دقیقه و ۱۶ ثانیه صورت گرفته است. تعداد متغیرهای دودویی آن ۶۳۲۹۰، متغیرهای غیر صحیح آن ۶۳۵۴۱، محدودیت‌های آن ۶۷۶۳۸ و مقدار تابع هدف ۳۲۴۳۳۵۰ است. جدول (۱۰) نشان می دهد که هر مصرف کننده از چه مکانی که TBS نصب شده است تغذیه می کند و قطر و فشار و نرخ جریان لوله ها چقدر می باشد. جدول (۹) نیز نشان می دهد هر منبع به چه مکان‌هایی گاز می رساند و قطر و فشار و نرخ جریان لوله ها را گزارش می دهد.

جدول ۳. مقدار تقاضای هر مصرف کننده

| مصرف کنندگان | ۱   | ۲     | ۳     | ۴     | ۵      | ۶      | ۷      | ۸     | ۹     | ۱۰    | ۱۱    |
|--------------|-----|-------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| مقدار مصرف   | ۶۲۳ | ۹۱۲/۴ | ۴۳۵/۸ | ۱۹۰/۸ | ۱۶۶۳/۸ | ۱۰۹۵/۳ | ۱۵۳۶/۹ | ۹۴۵/۷ | ۷۶۶/۶ | ۴۹۵/۳ | ۸۱۷/۱ |

جدول ۴. فاصله بین منابع و TBS

| مکان‌های نصب TBS |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                  | ۱    | ۲    | ۳    | ۴    | ۵    | ۶    | ۷    | ۸    | ۹    |
| ۱                | ۲۳۸۴ | ۳۵۶۸ | ۱۹۸۲ | ۲۰۱۵ | ۳۰۰۱ | ۲۰۱۷ | ۱۸۹۷ | ۱۷۸۸ | ۲۰۰۸ |
| ۲                | ۱۰۸۸ | ۲۷۴۹ | ۲۰۳۱ | ۲۵۳۴ | ۲۸۵۷ | ۱۶۱۵ | ۱۸۱۸ | ۳۴۹۶ | ۲۴۵۹ |
| ۳                | ۲۲۳۳ | ۱۰۹۲ | ۲۰۲۹ | ۲۰۲۷ | ۳۹۹۴ | ۱۸۶۴ | ۲۵۰۵ | ۳۰۹۶ | ۲۴۰۷ |

**جدول ۵.** فاصله‌ی بین مصرف‌کننده‌ها و TBS

| مصرف‌کنندگان |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ۱            | ۲    | ۳    | ۴    | ۵    | ۶    | ۷    | ۸    | ۹    | ۱۰   | ۱۱   |
| ۱            | ۱۶۰  | ۳۶۳  | ۳۰۷  | ۸۱۳  | ۸۸۸  | ۱۵۱۵ | ۱۸۸۳ | ۲۰۲۷ | ۲۵۳۵ | ۲۹۹۰ |
| ۲            | ۳۹۲  | ۷۳۶  | ۳۱۷  | ۴۱۷  | ۴۳۰  | ۱۱۹۴ | ۱۴۳۳ | ۱۶۲۱ | ۲۰۹۸ | ۲۵۴۲ |
| ۳            | ۷۵۸  | ۱۱۲۷ | ۶۹۰  | ۲۱۹  | ۱۱۴  | ۹۳۰  | ۱۰۳۶ | ۱۲۵۲ | ۱۷۰۵ | ۲۱۴۵ |
| ۴            | ۱۲۱۸ | ۱۶۳۰ | ۱۱۹۵ | ۵۳۳  | ۵۳۰  | ۶۴۳  | ۵۶۵  | ۷۵۶  | ۱۲۰۴ | ۱۶۶۰ |
| ۵            | ۱۳۲۴ | ۱۷۸۹ | ۱۳۷۹ | ۶۵۲  | ۷۷۷  | ۳۵۸  | ۶۲۶  | ۵۶۹  | ۱۱۲۲ | ۱۶۱۵ |
| ۶            | ۵۱۰  | ۱۰۰۸ | ۶۶۷  | ۲۴۰  | ۵۳۰  | ۸۶۱  | ۱۳۲۲ | ۱۳۸۸ | ۱۹۲۷ | ۱۴۰۴ |
| ۷            | ۲۱۷۹ | ۲۶۰۵ | ۲۱۹۶ | ۱۴۹۱ | ۱۴۸۹ | ۱۰۵۴ | ۵۰۹  | ۳۷۸  | ۲۴۲  | ۷۴۳  |
| ۸            | ۱۹۱۹ | ۲۳۷۶ | ۱۹۵۶ | ۱۲۴۱ | ۱۳۰۶ | ۷۱۰  | ۵۲۶  | ۲۲۸  | ۵۸۱  | ۱۰۸۱ |
| ۹            | ۳۰۹۶ | ۳۴۹۶ | ۳۰۵۲ | ۲۴۰۷ | ۲۳۶۰ | ۱۹۶۷ | ۱۳۳۶ | ۱۲۸۷ | ۶۹۰  | ۲۳۹  |

مکان‌های نصب TBS

**جدول ۶.** هزینه‌ی تاسیس و ظرفیت TBS ها

| نوع TBS | ظرفیت | هزینه |
|---------|-------|-------|
| نوع ۱   | ۵۰۰۰  | ۵۰۰۰۰ |
| نوع ۲   | ۱۰۰۰۰ | ۶۵۰۰۰ |
| نوع ۳   | ۲۰۰۰۰ | ۸۵۰۰۰ |

**جدول ۷.** قطر لوله‌های مجاز بین TBS و مصرف‌کنندگان و هزینه‌های مربوطه

| نوع لوله | هزینه |
|----------|-------|
| ۱۱ اینچی | ۴۰    |
| ۱۲ اینچی | ۴۵    |
| ۱۳ اینچی | ۵۰    |
| ۱۴ اینچی | ۵۵    |
| ۱۵ اینچی | ۶۰    |

**جدول ۸.** قطر لوله‌های بین TBS و منابع و هزینه آن‌ها

| نوع لوله | هزینه |
|----------|-------|
| ۱۵ اینچی | ۶۰    |
| ۱۶ اینچی | ۶۵    |
| ۱۷ اینچی | ۷۰    |
| ۱۸ اینچی | ۷۵    |
| ۱۹ اینچی | ۸۰    |

**جدول ۹.** مکان‌های نصب TBS، تخصیص منابع به TBS اندازه‌ی قطرهای بین منابع و TBS، فشار دریافتی در TBSها، نرخ جریان در هر یک از مسیرها

| منابع | مکان نصب | قطر | فشار  | نرخ جریان |
|-------|----------|-----|-------|-----------|
| ۳     | ۲        | ۵   | ۶۲۵۰۰ | ۶۰۰       |
| ۲     | ۷        | ۵   | ۶۲۵۰۰ | ۶۰۰       |
| ۲     | ۱        | ۴   | ۶۲۵۰۰ | ۶۰۰       |
| ۱     | ۸        | ۵   | ۶۲۵۰۰ | ۶۰۰       |

**جدول ۱۰.** تخصیص TBSها به مصرف‌کنندگان، اندازه‌ی قطرهای بین TBS و مصرف‌کنندگان، فشار دریافتی در مصرف‌کنندگان، نرخ جریان در هر یک

از مسیرها

| مصرف‌کنندگان | مکان تغذیه | قطر | فشار | نرخ جریان |
|--------------|------------|-----|------|-----------|
| ۱            | ۱          | ۲   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۲            | ۱          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۳            | ۱          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۴            | ۲          | ۳   | ۳۶۰۰ | ۲۰۴       |
| ۵            | ۲          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۴۶       |
| ۶            | ۸          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۷            | ۸          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۸            | ۸          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۹            | ۷          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۲۰۰       |
| ۱۰           | ۷          | ۵   | ۳۶۰۰ | ۹۹۹/۱۹۹   |
| ۱۱           | ۷          | ۱   | ۳۶۰۰ | ۹۹۹/۱۹۹   |

## منابع

- [1] Martin, A., Moller, M., Moritzs, P., (2006). Mixed integer models for the stationary case of gas network optimization. Mathematical programming, 105, 563-82.
- [2] Cheboub, A., Yalaoui, F., Smati, A., Amodeo, L., Younsi, K., Tairi, A., (2009). Optimization of natural gas pipeline transportation using ant colony optimization. Computers & Operations Research, 36, 1916-1923.
- [3] Andre, J., Frédéric, B., Laurent, C., (2009). Optimization of capacity expansion planning for gas transportation networks. European Journal of Operational Research, 197, 1019-1027.
- [4] Andre, J., Jean, B., Daniel, D. W., Maisonnier, G., Sidi, M., Simonnet, A., (2013). Optimal design and dimensioning of hydrogen. European Journal of Operational Research, 110, 239-251.
- [5] Ruan, Y., Liu, Q., Zhou, W., Batty, B., Gao, W., Ren, J., Watanabe, T., (2009). A Procedure to Design the Mainline System in Natural Gas Networks. Applied Mathematical Modeling, 33, 3040-3051.
- [6] Chen, Z. Z., (1985). Transportation on Natural Gas Pipeline. Petroleum Industry Publishing Co. Ltd.
- [7] Kabirian, A., Hemmati, M. R., (2007). A Strategic Planning Model for Natural Gas Transmission Networks. Energy Policy, 35, 5656-5670.
- [8] Borraz-Sanchez, C., Rios-Mercado, R. Z., (2009). Improving the Operation of Pipeline Systems on Cyclic Structures by Tabu Search. Computers and Chemical Engineering, 64, 3358-64.
- [9] Wu, S., Rios-Mercado, R. Z., Boyd, E. A., Scott, L. R., (2000). Model Relaxations for the Fuel Cost Minimization of Steady-State Gas Pipeline Networks. Mathematical and Computer Modeling, 31, 197-220.
- [10] Mohitpour, G., Murray, P., (2003). Pipeline Design and Construction. A Practical Approach, Second Edition, ASME Press, USA.

- [11] Mahdavi, I., Arabmaghsudi, M., Taghipourian, F., Mohajeri, A., Yahyanejad, M. H., Mahdavi-Amiri, N., (2010). An optimal natural-gas network using minimum spanning tree. Computers and Industrial Engineering (CIE), 2010 40th International Conference on, Awaji, 1-5.