

محاسبه کشسانی مقیاس برای کارایی هزینه، کاربردی در کارخانجات قند و شکر ایران

ربابه قایقران سراب^۱، علاءالدین ملک^{۲*}، علیرضا امیر تیموری^۳، سهراب کردرستمی^۴

۱- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۲- دانشیار، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۳- دانشیار، دانشکده علوم ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۴- استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۵- استاد، گروه ریاضی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

رسید مقاله: ۱۱ آبان ۱۳۹۹

پذیرش مقاله: ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۰

چکیده

بازده به مقیاس، چگونگی تغییر خروجی‌ها در قبال تغییر ورودی‌ها را مطالعه می‌کند و به دوشکل کیفی (بازده به مقیاس) و کمی (کشسانی مقیاس) ارایه می‌گردد. این مقاله به تشریح کشسانی مقیاس و سپس کشسانی مقیاس در مدل کارایی هزینه پرداخته و برای محاسبه آنها از تحلیل پوششی داده‌ها بهره گرفته است. از آنجا که صنعت قندوشکر نقش مهمی در اقتصاد ایران دارد، لذا کارایی کارخانجات قندوشکر به جهت جلوگیری از اتلاف منابع و کارایی هزینه برای صرفه‌جویی در هزینه تولید از اهمیت سرنوشت‌سازی برخوردار است. به این منظور، کشسانی مقیاس برای کارایی هزینه کارخانجات قندوشکر با ماده اولیه چغندر قند مورد بررسی قرار گرفته است. کشش مقیاس این واحدها، قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی تکنیکی و کارایی هزینه را به دست آوردیم. از نتایج کشسانی مقیاس برای واحدهای تحت بررسی، پی برده‌ایم بازده به مقیاس آنها ثابت است. در این مقاله، همچنین به تشریح روش‌هایی برای ادغام و نرمال کردن ورودی‌های هر کارخانه، به چهار ورودی و خروجی‌ها به یک خروجی در حالی که دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف هستند، پرداخته‌ایم و روشی برای به دست آوردن قیمت هر واحد توصیف نمودیم در حالی که قیمت کل را داریم.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی هزینه، کشسانی مقیاس، بازده به مقیاس، کارخانه قندوشکر.

۱ مقدمه

در این مقاله، جهت ارزیابی کارایی از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) استفاده شده است [۱]. DEA به کمک برنامه‌ریزی خطی، کارایی واحدها را به طور مجزا به وسیله روش بهینه‌سازی محاسبه می‌کند. یکی از مهم‌ترین

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: mala@modares.ac.ir

دیدگاه‌ها در تحلیل کارایی تولید به کاررفته در واحدها، اندازه‌گیری بازده به مقیاس (RTS) است، چون می‌تواند دیدگاه مهمی برای مدیریت واحد فراهم کند تا برای تحکیم موقعیت رقابتی، تصمیم عملی بگیرد.

در تحلیل پوششی داده‌های سنتی دو روش برای به‌دست آوردن بازده به مقیاس وجود دارد، یک روش با توجه به ماهیت کیفی بازده به مقیاس است که بازده به مقیاس افزایشی، کاهش‌ی و یا ثابت است. در تکنولوژی چند ورودی چند خروجی، بازده به مقیاس مربوط به حالتی است که ماکزیمم افزایش در همه خروجی‌ها را نسبت به افزایش داده شده در همه ورودی‌ها اندازه می‌گیرد [۲-۴]. حسین زاده لطفی و همکاران [۵] ناحیه‌ی پایداری بازده به مقیاس را محاسبه نمودند. پایان و همکاران [۶] با ارایه روش خطی، بازده به مقیاس چپ و راست واحدهای تصمیم‌گیرنده را ارزیابی نمودند. از جمله تحقیقاتی که اخیراً در این زمینه انجام شده است، می‌توان به مقاله پودینوفسکی و همکاران [۷] اشاره نمود.

روش دیگر که اولین بار توسط بنکر، چارنز و کوپر [۸] ارایه شده است، ارایه مقدار عددی برای بازده به مقیاس است که به آن کشسانی مقیاس (SE) و یا مقیاس اقتصادی گفته می‌شود. درخصوص کارایی واحدها امروز تنها تأکید، روی تکنولوژی نیست، بلکه بیشتر روی سازماندهی ساختاری، مدیریت، آموزش انجام کار، سازماندهی ورودی‌ها و دیگر توانایی‌های واحدها است. بنابراین فهمیدن خواص بازده به مقیاس و شاخص‌های آن از جمله کشسانی مقیاس جهت ضمانت تخمین ساختار تکنولوژی تولید برای واحدهای تولیدی امری ضروری است. با اندازه‌گیری کشسانی مقیاس، می‌فهمیم تغییر در یکی از متغیرهای اقتصادی به‌طورمثال: قیمت چه اندازه بر سایر متغیرها از جمله فروش تأثیر می‌گذارد [۹]. ساهو و همکاران [۱۰] به بررسی همه‌جانبه روش‌های تخمین کشسانی مقیاس در تکنولوژی‌های تکه تکه خطی، لگاریتم خطی و مدل FDH در فضای ورودی-خروجی یا فضای هزینه-خروجی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند.

کشسانی مقیاس، از دیدگاه فریش [۱۱] خاصیت تابع تولید است و به‌طورمنظم برای توصیف ارتباط بین مقیاس و کارایی استفاده می‌شود. سیوشی [۱۰] اولین فردی است که اندازه عددی بازده به مقیاس مدل کارایی هزینه DEA را به‌دست آورده است و در سال ۱۹۹۹ میلادی محاسبات عددی بازده به مقیاس براساس تابع تولید را به دوآلیتی تابع هزینه ارتباط داده است [۱۲]. سزارونی و همکاران [۱۳] در مقاله‌ای ارتباط بین بازده به مقیاس و کشسانی مقیاس، برای نقاطی که تابع هزینه مشتق‌پذیر نیست را بیان می‌کنند. برای کارخانه‌های صنعتی به‌دلیل گوناگونی ماشین‌آلات و تولیدات آنها اندازه‌گیری ورودی‌ها به‌استثنای هزینه، کار دشواری است. البته ترکیب-ورودی اگر به‌وسیله یک‌اندازه بتواند نمایش داده شود، اندازه کشش خروجی، اندازه‌خوبی برای بازده به مقیاس و همچنین تولیدات و ماشین‌آلات کارخانه است و اندازه هزینه، معیارخوبی برای اندازه‌گیری مجموعه عوامل تولید برای تخمین کشسانی مقیاس است. زمانی که ورودی و خروجی در بین واحدها ناهمگون باشد، ایجاد مجموعه عوامل تولید در DEA می‌تواند مشکل‌ساز باشد، در این حالت تکنولوژی براساس هزینه در تخمین متفاوتی از کارایی تولید واحدها می‌تواند مفید باشد [۲، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴-۲۵].

همه روش‌های استاندارد تعیین کشسانی مقیاس در روش DEA به‌وسیله صفحات مماس بر مرز در یک نقطه داده‌شده دنبال می‌شوند، این کار به‌وسیله جستجوی مقادیر ثابت (اصالتاً متغیر u_0 در ادبیات DEA معرفی شده

است [۲۶] و جدا کردن صفحه با صفحه‌ای که همه ورودی‌های آن صفر شده است، انجام می‌گیرد. در این مطالعه، با هر دو حد کشسانی مقیاس، حد راست و حد چپ آن آشنا می‌شویم.

از آنجا که صنعت قندوشکر نقش مهمی در اقتصاد ایران دارد و پس از صنعت نساجی، دومین صنعت قدیمی ایران به حساب می‌آید، کاربرد این مطالعه را در این صنعت دنبال می‌نماییم. بخش کشاورزی به عنوان مهم‌ترین بخش و تامین‌کننده مواد اولیه، بخش نفت به عنوان تامین‌کننده انرژی و بخش حمل‌ونقل، بخش‌های مرتبط و تاثیرگذار در این صنعت می‌باشند. بیشترین مصرف‌کننده این صنعت در درجه اول خانوارها و سپس صنایع غذایی و لبنی می‌باشند [۲۷]، لذا دولت ایران، روی شکر نظارت وسیع دارد، به گونه‌ای که قیمت شکر پایین نگه‌داشته شود و نیاز مشتریان نیز مرتفع گردد [۲۸] و به این دلیل مدیران صنایع قندوشکر به کارایی و تولید کارخانجات قندوشکر علاقمندند [۲۹].

در پژوهش‌های قبلی بهینه‌سازی کارخانجات بر افزایش تولید، تمرکز بیشتری نسبت به قیمت‌نهایی محصول و کارایی هزینه داشته‌اند، اما در این مقاله بر کارایی هزینه و کشسانی مقیاس با استفاده از مدل کارایی هزینه DEA متمرکز می‌شویم. دو نوع کارخانه تولید قندوشکر در ایران وجود دارد، کارخانجاتی که از چغندر قند استفاده می‌کنند و کارخانجاتی که از نیشکر استفاده می‌کنند. در این مطالعه، کارخانجاتی را بررسی می‌کنیم که از چغندر قند به عنوان ماده اولیه برای تولید قندوشکر استفاده می‌کنند. چغندر قند، محصول صنعتی است که نقش مهمی در تامین شکر برای ایران دارد. برگ چغندر قند موقعیت خاصی در سبد غذایی چارپایان و صنعت علوفه دام ایران دارد [۲۷]. سیاست‌های پرورش چارپایان اهلی و بهره‌برداری بهینه از منابع در این بخش، مکمل انگیزه کارایی در صنایع تولید قندوشکر می‌تواند باشد.

سازماندهی بخش‌های مختلف مقاله به صورت زیر است: در بخش دوم، مروری بر بازده به مقیاس و کارایی هزینه می‌شود. بخش سوم به تشریح مدل ریاضی کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه و ارایه یک مثال عددی می‌پردازد. در بخش چهارم مطالعه کاربردی در صنعت قندوشکر و کشش مقیاس این واحدها قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا بر روی مرز کارایی تکنیکی و مرز کارایی هزینه مورد بررسی قرار گرفته است. نهایتاً نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی در بخش پنجم آورده شده است.

۲. پیشیازها و مقدمات

فرض می‌کنیم: $DMU_j (j=1, \dots, n)$ ، یعنی n واحد تصمیم گیرنده (DMU) داریم که هر واحد m ورودی: $x_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj}) \geq 0$ را برای تولید s خروجی: $y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj}) \geq 0$ دارد. بردار هزینه ورودی $w_j = (w_{1j}, \dots, w_{mj}) \geq 0$ و بردار قیمت خروجی $p_j = (p_{1j}, \dots, p_{sj}) \geq 0$ می‌باشد.

۲-۱ بازده به مقیاس

بازده به مقیاس چگونگی تغییر خروجی‌ها در قبال تغییر ورودی‌ها را بیان می‌کند. اگر T مجموعه تکنولوژی از ورودی‌ها و خروجی‌ها باشد، به گونه‌ای که ورودی x بتواند خروجی y را تولید کند، یعنی $(x, y) \in T$ در این

صورت برای ضریب λ به گونه ای که داشته باشیم $\lambda(x, y) \in T$ سه نوع بازده به مقیاس داریم: اگر $\lambda \geq 0$ باشد، بازده به مقیاس ثابت است و اگر افزایشی در ورودی ها داده شود، منجر به همان افزایش در خروجی ها خواهد شد. اگر $0 \leq \lambda \leq 1$ بازده به مقیاس کاهشی است و با افزایش ورودی ها، افزایش در خروجی ها کمتر خواهد شد و اگر $\lambda \geq 1$ بازده به مقیاس افزایشی است، یعنی با افزایش ورودی ها، افزایش در خروجی ها بیشتر خواهد شد [۳۰].

مجموعه امکان تولید با فرض بازده به مقیاس متغیر بر اساس اصول موضوعه عبارت است از [۶]:

$$T_v = \left\{ (x, y) : x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (1)$$

در حالی که مجموعه بردارهای $x = x_1, \dots, x_m \in R_+^m$ ورودی و مجموعه بردارهای $y = y_1, \dots, y_s \in R_+^s$ خروجی می باشد.

۲-۲ کارایی تکنیکی

کارایی تکنیکی برای واحد o در مجموعه T_v جواب بهینه (θ^*) مدل برنامه ریزی خطی زیر است [۵]:

$$\begin{cases} \theta^* = \min_{\theta, \lambda} \\ \text{s.t.} \\ \theta x_o \geq x \lambda, \\ y_o \leq y \lambda, \\ e \lambda = 1 \\ \lambda \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

(e بردار سطری است که همه عناصر آن یک هستند.)

۳-۲ کارایی هزینه [۳۱]

کارایی هزینه DEA مدل فار [۱۸] به صورت زیر تعریف می شود:

$$C(y_o; w_o) = \min_{x, \lambda} \sum_{i=1}^m w_{io} x_i \quad \text{s.t.} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \lambda_j \leq x_i (\forall i), \quad \sum_{j \in J} y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro} (\forall r), \quad \sum_{j \in J} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, J = \{1, \dots, n\}$$

فرض می کنیم $x_i^* : i = 1, 2, \dots, m$ جواب بهینه مدل (۳) باشد. کارایی هزینه واحد o به صورت نسبت حداقل -

هزینه $(C(y_o; w_o))$ به هزینه واقعی آن (c_o) به شکل زیر تعریف می گردد:

$$CE_o = \frac{C(y_o; w_o)}{c_o} = \frac{\sum_{i=1}^m w_{io} x_i^*}{\sum_{i=1}^m w_{io} x_{io}} \quad (4)$$

۳ کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه

۳-۱ کشسانی مقیاس

کشسانی مقیاس، انتساب مقدار عددی برای بازده به مقیاس می‌باشد. اگر مرز کارای تکنولوژی T ، با استفاده از تابع تولید $\varphi: x \rightarrow y$ و $\varphi(x, y) = 0$ تعریف شود [۷]، آنگاه اگر افزایش α در مولفه‌های ورودی داده شود و β حداکثر افزایش مولفه‌های خروجی باشد، به گونه‌ای که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\varphi(\alpha x, \beta y) = 0 \quad (5)$$

با مشتق گرفتن رابطه (۵) نسبت به افزایش α اندازه کشسانی مقیاس با رابطه زیر به دست می‌آید [۲]:

$$\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \varepsilon(x, y) = - \frac{\sum_{i=1}^m \frac{\partial \varphi(\alpha x, \beta y)}{\partial x_i} x_i}{\sum_{r=1}^s \frac{\partial \varphi(\alpha x, \beta y)}{\partial y_r} y_r} \quad (6)$$

۳-۲ کشسانی مقیاس و DEA [۸]

کارایی تکنیکی ورودی محور واحد o از مدل برنامه‌ریزی خطی زیر به دست می‌آید:

$$D_i(x_o, y_o) = \alpha(\beta) = \min \{ \alpha : (\alpha x, \beta y) \in T_v; \beta = 1 \} \quad (7)$$

دوآل مدل (۷) عبارت است از:

$$\begin{aligned} D_i(x_o, y_o) = \alpha(1) &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - u_* \\ \text{s.t.} \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_* &\leq 0 \quad (\forall j), \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1, \quad u_r, v_i \geq 0 \quad (\forall i, r); \quad u_*: \text{ free}. \end{aligned} \quad (8)$$

در این صورت تابع تولیدی به صورت زیر برای واحد o می‌توانیم داشته باشیم:

$$\varphi(\alpha(1)x_o, y_o) = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^m v_i \alpha(1)x_{io} - u_* = 0 \quad (9)$$

با توجه به تعریف (۶)، کشسانی مقیاس ورودی محور واحد o به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_i(x_o, y_o) = - \frac{\sum_{i=1}^m \frac{\partial \varphi(\alpha(1)x_o, y_o)}{\partial x_{io}} x_{io}}{\sum_{r=1}^s \frac{\partial \varphi(\alpha(1)x_o, y_o)}{\partial y_{ro}} y_{ro}} = \frac{\alpha(1)}{\alpha(1)+u_*} = \frac{1}{1 + \frac{u_*}{D_i(x_o, y_o)}} \quad (10)$$

۳-۳ کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه [۱۳]

اولین بار سیوشی [۱۰]، کشسانی مقیاس را برای مدل کارایی هزینه فار [۱۸] محاسبه کرد. دو آل مدل کارایی هزینه فار (مدل (۳)) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \max_{u, \omega} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \omega_o \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \omega_o \leq 0 \quad (\forall j), \quad v_i \leq w_o \quad (\forall i), \quad u_r \geq 0 \quad (\forall r), \\ & v_i \geq 0 \quad (\forall i), \quad \omega_o: \text{ free} \end{aligned} \quad (11)$$

اگر DMU_o کارای هزینه باشد، هزینه حداقل و هزینه واقعی آن هر دو یکی هستند و عبارت است از:

$$c_o = C(y_o; w_o) = \sum_{r=1}^s u_r^* y_{ro} - \omega_o^* \quad (12)$$

کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه $(\varepsilon_c(y; w))$ می تواند به صورت زیر تعریف شود [۳]:

$$\varepsilon_c(y; w) = \frac{C(y_o; w_o)}{C(y_o; w_o) + \omega_o^*} \Rightarrow \varepsilon_c(y; w) = \frac{C(y_o; w_o)}{\sum_{r=1}^s y_{ro} \frac{\partial C(y_o; w_o)}{\partial y_{ro}}} = \frac{C(y_o; w_o)}{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{ro}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_o^*}{C(y_o; w_o)}} \quad (13)$$

با فرض چندگانگی ω_o بهینه، برنامه زیر را برای یافتن حداقل و حداکثر مقدار آن به صورت زیر ارایه می کنیم:

$$\begin{aligned} \omega_o^+ (\omega_o^-) &= \max(\min) \omega_o \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \omega_o = C(y_o; w_o), \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \omega_o \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \quad (\forall j \neq o), \quad v_i \leq w_o \quad (\forall i), \\ & v_i, u_r \geq 0 \quad (\forall i, r), \quad \omega_o: \text{ free} \end{aligned} \quad (14)$$

با استفاده از نتایج مدل (۱۴) می توانیم کشسانی مقیاس چپ و راست ورودی محور برای DMU_o را به دست آوریم.

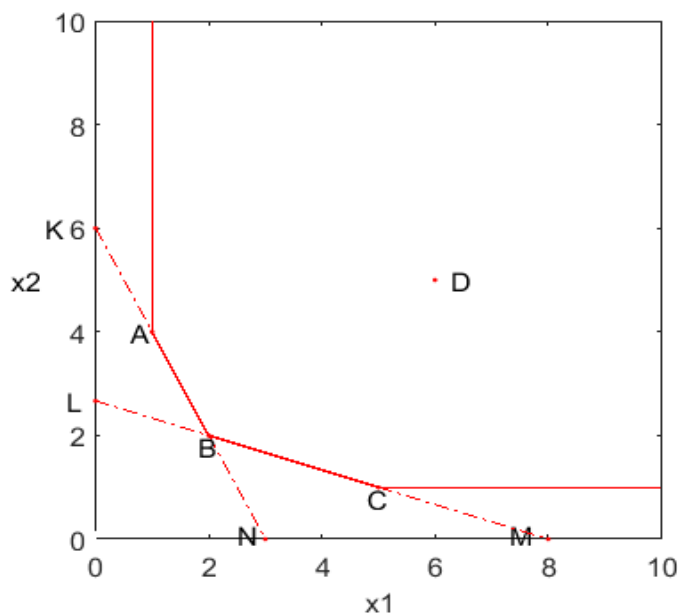
$$\varepsilon_c^+(y_o; w_o) = \frac{1}{1 + \frac{\omega_o^+}{C(y_o; w_o)}} \quad \varepsilon_c^-(y_o; w_o) = \frac{1}{1 + \frac{\omega_o^-}{C(y_o; w_o)}} \quad (15)$$

در مجموعه امکان تولید T_v ، اگر جواب بهین دیگری داشته باشیم، به گونه ای که $\omega_o^+ < 0$ ($\varepsilon_c^+(\cdot) > 1$) باشد، بازده به مقیاس افزایشی است و اگر $\omega_o^- > 0$ ($\varepsilon_c^-(\cdot) < 1$) باشد، بازده به مقیاس کاهشی است و در صورتی که $\omega_o^+ \geq 0 \geq \omega_o^-$ ($\varepsilon_c^+(\cdot) \leq 1 \leq \varepsilon_c^-(\cdot)$) باشد، بازده به مقیاس ثابت است.

برای معرفی روش ارایه شده در این مقاله، از داده‌هایی که در مرجع [۳۲] آمده است، استفاده می‌کنیم که چهار واحد با دو ورودی و یک خروجی است. مجموعه امکان تولید آن در شکل ۱ ارایه شده است. جدول داده‌ها و نتایج تحلیل داده و همچنین جدول نتایج کشسانی مقیاس قبل و بعد از آن که تصویر واحدهای ناکارا را روی مرز کارای تکنیکی و کارای هزینه آوردیم، به ترتیب در جداول ۱ تا ۶ ارایه شده است. از این جداول نتیجه می‌گیریم، این واحدها قبل و بعد از آن که تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی و یا کارای هزینه قرار بگیرند، دارای بازده به مقیاس ثابت می‌باشند.

جدول ۱. اطلاعات تحلیل داده‌ای قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا (c_1^- , c_2^- متغیرهای هزینه‌های ورودی و s_1^- , s_2^- متغیرهای کمبود ورودی و s^+ متغیر مازاد خروجی و $teq-e$ کارایی تکنیکی و $cost-e$ کارایی هزینه)

DMU	y	x_1	x_2	c_1	c_2	$teq-e$	s_1^-	s_2^-	s^+	$Cost-e$	$C(y_o; w_o)$
A	۱	۱	۴	۲	۳	۱	۰	۰	۰	۰/۷۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱/۵	۳	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۵	۱	۱/۵	۴	۱	۰	۰	۰	۰/۹۶	۱۱
D	۱	۶	۵	۱	۲	۰/۳۸۱	۰	۰	۰	۰/۳۸	۶



شکل ۱. مجموعه امکان تولید

جدول ۲. کشش مقیاس واحدها قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۱	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

جدول ۳. اطلاعات تحلیل داده‌ای بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی تکنیکی (s_p^- , s_p^+ متغیرهای کمبود ورودی، s^+ متغیر مازاد خروجی و $teq-e$ کارایی تکنیکی و $cost-e$ کارایی هزینه)

DMU	y	x_i	x_p	$teq-e$	s_p^-	s_p^+	s^+	$Cost-e$	$C(y_o; w_o)$
A	۱	۱	۴	۱	۰	۰	۰	۰/۷۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۵	۱	۱	۰	۰	۰	۰/۹۶	۱۱
D	۱	۲/۲۸۶	۱/۹۰۵	۱	۰	۰	۰	۰/۹۸	۶

جدول ۴. کشش مقیاس واحدها بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی تکنیکی

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۱	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

جدول ۵. اطلاعات تحلیل داده‌ای بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی هزینه (s_p^- , s_p^+ متغیرهای کمبود ورودی و Y متغیر مازاد خروجی و $teq-e$ کارایی تکنیکی و $cost-e$ کارایی هزینه)

DMU	y	x_i	x_p	$teq-e$	s_p^-	s_p^+	s^+	$Cost-e$	$C(y_o; w_o)$
A	۱	۰/۷۱۴	۲/۸۵۷	۱	۰	۰	۰	۱	۱۰
B	۱	۲	۲	۱	۰	۰	۰	۱	۹
C	۱	۴/۷۸۳	۰/۹۵۷	۱	۰	۰	۰	۰/۹۹	۱۰/۸۷۵
D	۱	۲/۲۵۰	۱/۸۷۵	۱	۰	۰	۰	۱	۶

جدول ۶. کشش مقیاس واحدها بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی هزینه

DMU	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
A	۰	۱	-۱۰	$+\infty$
B	۰	۱	-۹	$+\infty$
C	۰	۱	-۱۰/۸۷۵	$+\infty$
D	۰	۱	-۶	$+\infty$

۴ مطالعه کاربردی در صنعت قندوشکر

۴-۱ مطالعه کاربردی

صنعت قندوشکر کشور از سال ۱۳۷۴ خورشیدی با احداث کارخانه‌ای توسط یک شرکت بلژیکی در محل کهریزک تهران آغاز به کار کرد. در چهاردهه نخست فعالیت، تولید و توزیع قندوشکر انحصاراً در دست دولت قرار داشته و از سال‌های ۱۳۳۰ خورشیدی به بعد با اعطای مجوز به کارخانجات خصوصی رونق و شکوفایی واقعی این صنعت آغاز شده است [۳۳].

قندوشکر به عنوان یک ماده غذایی مورد نیاز بدن و اصلی ترین ماده شیرین کننده، علاوه بر مصرف بالای آن در سبد روزانه خانوار، بیشترین مصرف را در صنایعی از جمله نوشابه سازی، کنسرو و کمپوت، شیرینی و شکلات دارد. این ماده غذایی از جمله کالاهای ضروری در تمامی نقاط جهان است و علاوه بر اهمیت غذایی از لحاظ سیاسی و اقتصادی نیز، همواره به عنوان یک ماده استراتژیک مهم، مطرح و مورد توجه بوده است، بدین سبب اکثر کشورها سعی در تهیه و تولید آن داشته و تا حد امکان نیازهای داخلی خود را تأمین می نمایند و تعدادی از کشورها نیز سهم بسزایی از درآمدهای خود را از صادرات این محصول به دست می آورند. در زمینه ایجاد اشتغال، هم به طور مستقیم توسط صنعت و هم به طور غیرمستقیم در بخش کشاورزی از اهمیت بالایی برخوردار است.

کشورهای در حال توسعه ۶۷ درصد از شکر جهانی را مصرف می کنند و انتظار می رود در آینده به ویژه آسیا با رشد تقاضا روبه رو شود و مصرف جهانی شکر روند صعودی خود را حفظ کند. با در نظر گرفتن رشد جمعیت نیز، نسبت موجودی شکر در کشور در حال کاهش می باشد و این موضوع افزایش تقاضای شکر را در پی خواهد داشت [۲۷] و [۳۴]. در حال حاضر فعالیت اصلی کارخانجات تولید قندوشکر، انجام کلیه امور تولیدی مربوط به صنعت قندسازی، تصفیه و استخراج شکر، استحصال شکر از چغندر قند و خدمات کارمزدی تصفیه شکر خام است و مهم ترین ماده مصرفی کارخانه، چغندر قند و شکر خام است و مواد اولیه تماماً از داخل تهیه می شوند (کارخانجات شکر، تنها در برخی از فصول سال برای استمرار فعالیت کارخانه و پیشگیری از ییکاری کارگران می توانند، مقداری شکر خام برای تصفیه وارد کنند) [۳۳]. همه این مطالب، پرداختن به موضوع کارایی و علی الخصوص کارایی هزینه و کشسانی مقیاس را برای صنایع قندوشکر کشور، موضوعی مورد علاقه کارشناسان اقتصادی قرار می دهد. مقاله حاضر با در نظر گرفتن پانزده کارخانه قندوشکر ایران که مربوط به سال ۱۳۹۳- خورشیدی است به محاسبه کشسانی مقیاس برای مدل کارایی هزینه ورودی محور [۳۵] می پردازد. تعداد ورودی های کارخانجات قندوشکر مورد مطالعه هجده و تعداد خروجی های آن چهارتا است که به چهارگروه ورودی و یک گروه خروجی به صورت زیر تقسیم شده اند:

- ۱- نیروی کار شامل: الف- تولید، کنترل کیفی ب- اداری، مالی، دفتری ج- فنی، برق
د- بازرگانی ه- کشاورزی و- سایر، خدمات
 - ۲- انرژی شامل: الف- دیزل ب- برق مصرفی ج- گاز مصرفی د- مازوت
 - ۳- مواد اولیه شامل: الف- چغندر قند ب- شکر خام خریداری شده ج- سنگ آهک د- کیسه پروپیل
ه- ذغال کک
 - ۴- سایر نهاده ها شامل: الف- تعمیرات و نگهداری ب- هزینه خرید خدمات ج- حقوق و دستمزد
پیمانکاری
- همچنین، خروجی کارخانجات قندوشکر عبارت است از:
- الف- شکر سفید چغندری ب- تفاله خشک ج- ملاس د- شکر خام کارمزدی

برای برخی از کارخانجات، به جای هزینه هر واحد از ورودی، هزینه کل آن ورودی را برای سال ۱۳۹۳ خورشیدی داشته‌ایم. به همین دلیل از شاخص فشر برای به دست آوردن هزینه هر واحد از ورودی استفاده نموده‌ایم. فرض کنیم، تعداد ورودی‌هایی که قیمت آنها معلوم است، Z باشد و قیمت ورودی‌های آنها برای سال پایه، یک باشد. شاخص فشر ترکیبی از شاخص لاسپیرز و پاشه است، به عبارت بهتر، شاخص فشر میانگین هندسی شاخص لاسپیرز و پاشه است که به وسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_t = \sqrt{P_t \times L_t} \quad (۱۶)$$

F_t و P_t و L_t به ترتیب شاخص فشر و پاشه و لاسپیرز می‌باشد. شاخص لاسپیرز به وسیله رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$L_t = \frac{\sum_{i=1}^z p_i^t q_i}{\sum_{i=1}^z p_i q_i} \quad (۱۷)$$

q_i^0 و p_i^0 به ترتیب مقدار و قیمت هرواحد از ورودی در زمان اولیه و p_i^t قیمت هرواحد از ورودی i در زمان t می‌باشد [۳۶]. شاخص پاشه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_t = \frac{\sum_{i=1}^z p_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^z p_i q_i^t} \quad (۱۸)$$

q_i^t مقدار هرواحد از ورودی i در زمان t می‌باشد، سپس هزینه کل ورودی را به هزینه هرواحد از آن ورودی تقسیم می‌کنیم تا مقدار آن ورودی را به دست آوریم. ورودی‌ها یا خروجی‌هایی که قرار است در یک گروه قرار گیرند، اگر دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف باشند، از روش بی‌واحد کردن کمیت‌ها برای یکسان‌سازی واحدها استفاده می‌کنیم [۳۷]، برای این کار ماکزیمم مقدار ورودی‌هایی که دارای واحدهای اندازه‌گیری مختلف هستند را به دست می‌آوریم، سپس مقدار بقیه ورودی‌ها را به آن تقسیم می‌کنیم. پس از آن هزینه کل هروورودی را به مقدار جدید آن تقسیم می‌کنیم (واحد اندازه‌گیری نیروی - انسانی به نفر ساعت، نفت گاز (دیزل) به لیتر، گاز مصرفی و الکتریسیته و مازوت به مگاوات ساعت، چغندر قند و شکر خام به تن، سنگ آهک و کیسه پروپیل و زغال کک به کیلوگرم می‌باشد).

برای ادغام ورودی‌ها یا خروجی‌هایی که می‌خواهند در یک گروه قرار گیرند، از میانگین وزنی استفاده می‌نماییم. یعنی حاصل ضرب مقدار در هزینه هر ورودی را که می‌خواهیم، ادغام کنیم را به دست آورده، آنها را جمع نموده و سپس بر جمع مقادیر آن ورودی‌ها، تقسیم می‌کنیم. برای نرمال‌سازی مقادیر ورودی برای به دست آوردن یک واحد از خروجی، مقدار خروجی را در قیمت آن ضرب کرده و خروجی جدید را به دست

می آوریم. سپس مقدار ورودی و خروجی را بر خروجی جدید تقسیم می کنیم، در این صورت ورودی ها به مقدار- یک خروجی، نرمال خواهند شد.

از بین کارخانجات قندوشکر، با استفاده از برنامه گمز^۱ واحد کارای هزینه را به دست آورده و سپس کارخانه ای که کم ترین هزینه را دارد با DMUO نشان می دهیم. گمز یکی از نرم افزارهای مورد استفاده برای بهینه سازی است و اولین نرم افزار سیستمی برای ترکیب زبان ریاضی با برنامه نویسی سنتی به منظور توصیف کارایی و حل مسایل بهینه سازی است. گمز در بیشتر از ۱۲۰ کشور با کاربرانی در دوبعد کلاسیک و رسمی در زمینه های مختلف مانند انرژی و برنامه ریزی تولید، مدل اقتصادی و بسیاری از مدل های دیگر استفاده می شود. اطلاعات پردازش شده بدون نرمال سازی برای یک شدن خروجی پانزده کارخانه در جدول ۷ آمده است:

جدول ۷. پانزده کارخانه قندوشکر با چهار ورودی و یک خروجی

واحد	X_1	X_2	X_3	X_4	Y
۱	۷۹۵۱۶۸	۱/۱	۱۶۷۹۱۸/۵	۷۳۷۹۵۴۹	۴۶۲۵۳
۲	۶۷۱۱۸۷	۱/۱	۱۶۲۸۴۰	۱۰۴۵۹۱۸۳	۶۹۱۸۷
۳	۷۳۴۲۲۰	۱/۱۴	۲۵۵۶۲۴	۲۲۱۰۴	۱۴۸۳۹۷
۴	۷۰۵۹۴۶	۱/۱۹	۱۷۲۴۵۷	۱۳۷۱۸	۹۹۲۰۸
۵	۶۷۳۹۸۷	۱/۰۷	۷۱۲۷۰	۱۴۵۸۶	۱۰۷۴۰۳
۶	۶۲۷۴۱۴	۱/۰۸	۸۲۶۱۳	۱۲۱۴۶	۶۷۳۷۴
۷	۱۳۲۰۹۱۰۷/۶۳	۲۶۴۶۶۸۹۹/۴۹	۱۷۵۸۹۶۴	۱۱۵۰۳۳۴۳۸	۱۲۹۰۱۲
۸	۱۰۵۴۸۳۹۱	۲۱۳۸۲۷۱۶/۹۸	۱۳۷۵۵۱۶	۹۶۸۴۲	۱۱۴۳۷۵
۹	۱۰۷۶۱۴۰۳	۱۸۹۶۹۶۶۶/۳۳	۱۳۸۹۱۷۰	۹۴۵۵۷۱۰۸/۹۸	۱۱۹۴۴۱
۱۰	۵۵۰	۲۹۰۴۷۰۰	۱۶۱۸۴۵	۷۸۸۳۰۰۰۰۰۰	۱۳۵۷۸۱
۱۱	۵۲۷	۳۰۵۹۹۵۱۹۴۷۷	۲۱۰۰۰۰	۷۹۴۸۶۲۴۲۸۳۶	۱۰۹۹۷۶
۱۲	۴۲۱	۲۹۱۹۶۵۸۴۹۹۸	۱۵۶۲۲۹	۱۱۸۶۲۳۲۷۱۵۵۶	۵۶۲۰۱
۱۳	۵۰۹	۶۲۳۳۵۹۶۱۳۸۱	۳۰۰۰۰۰	۱۴۳۷۶۱۷۸۶۹۰۵	۱۲۱۰۶۰
۱۴	۲۵۳	۶۶۷۶۵۵۳۷۴۵۴	۳۱۲۵۰۰	۳۳۸۰۴۱۴۴۰۸۵۲/۳	۱۰۴۹۴۳
۱۵	۲۳۸	۴۰۲۱۱۱۵۴۶۶۴	۳۲۵۷۲۵	۱۸۰۰۴۷۰۲۳۹۸۲/۲۰۲	۹۸۳۲۷

¹ GAMS

جدول ۸. اطلاعات نرمال شده با خروجی یک، قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا (C_1, C_2, C_3, C_4 هزینه های ورودی)

واحد	y	X_1	X_2	X_3	X_4	C_1	C_2	C_3	C_4
۱	۱	۰/۰۰۵۹۸۳۵۶۵۶۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۸۲۸	۰/۰۰۱۲۶۳۵۷۱۲۵	۰/۰۰۵۵۵۳۰۴۲۳۲۰	۱۳/۰۲	۵۹۲۸۱۶/۸۸	۴۳۷/۹۷	۱
۲	۱	۰/۰۰۴۹۱۰۴۶۵۶۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۸۰۵	۰/۰۰۱۱۹۱۳۵۲۳۸	۰/۰۰۷۶۵۲۰۳۴۲۳۹	۱۵/۴۹	۸۵۰۲۵۷/۳۳	۵۰۸/۷۲	۱/۱۷
۳	۱	۰/۰۰۲۸۹۸۵۹۶۷۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۴۵۰	۰/۰۰۱۰۹۱۶۷۴۰	۰/۰۰۰۰۸۷۲۶۳۴۷	۲۰/۳۳	۴۷۷۵۳۹۶/۳	۵۷۷/۶۴	۷۱۸/۹۹
۴	۱	۰/۰۰۴۲۲۴۷۴۲۳۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۷۱۲	۰/۰۰۱۰۳۲۰۷۱۰۰	۰/۰۰۰۰۸۲۰۹۵۵۴	۱۲/۲۲	۴۷۴۷۲۴۴/۸۵	۹۹۴/۰۴	۹۴۲/۵۰
۵	۱	۰/۰۰۵۰۶۰۳۶۹۸۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۸۰۳	۰/۰۰۰۵۳۵۱۰۳۱۴	۰/۰۰۰۱۰۹۵۱۳۳۲	۲۴/۷۰	۴۴۰۹۸۵۵/۳	۱۳۱۴/۶۷	۱۰۶۸/۸۸
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۳۹۶۹۸	۲۹/۱۶	۴۴۴۱۵۲۳/۳۱	۱۸۰۴/۸۲	۱۲۶۵/۱۹
۷	۱	۰/۰۰۰۰۱۱۳۱۲۲۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۲۶۶۲۱	۰/۰۰۰۰۰۰۱۶۰۶۳۷	۰/۰۰۰۰۰۹۵۱۴۴۴	۱۲۱۱/۸۹	۱۲۱۱/۸۹۱۱	۵۳۰۷۷۳/۲۳	۱۲۱۱/۸۹۱۱۰۲
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۰۸۸۴۲	۱۳۴۶/۴۶	۱۳۴۶/۴۶۱۲۶	۵۸۹۷۱۱/۰۶	۱۲۴۶/۴۶۱۲۵۸
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۵۴۴	۰/۰۰۰۰۰۰۱۶۱۲۱۱۳	۰/۰۰۰۰۰۰۱۱۸۰۵۷	۰/۰۰۰۰۰۰۳۵۸۱۵	۱۵۱۷/۷۴	۱۵۱۷/۷۳۸۷۷	۶۶۴۷۲۵/۷	۱۵۱۷/۷۳۸۷۳
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۱۵۵۹۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۷۵۸۵	۰/۰۰۸۵۶۴۹۰۳۳۴۵	۱۱۰۱۸۳۶۳۶	۱	۵۸۷۲۸۳۵/۱	۱
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۰۲۱۷۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۰۵۵۶۷۰۷۴۴۳	۱۳۸۲۸۰۸۳۵	۱/۱۴۱۹۴۶۰۴	۶۶۶۹۷۰۹/۵	۱/۱۴۱۹۴۶۰۳۷
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۵۵	۰/۰۰۳۷۸۵۰۷۴۰۴۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۰۲۵۴	۰/۰۰۱۵۳۷۸۴۳۷۷۹۴	۶۷۸۸۱۲۳۵	۰/۶۵۸۷۰۷	۳۸۸۲۷۸۰	۰/۶۵۸۷۰۷
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۵۴	۰/۰۰۶۶۱۹۶۴۰۳۲۲	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۱۸۵۸	۰/۰۰۱۵۲۶۶۴۸۹۸۴۵	۱۷۷۱۴۷۳۴۸	۰/۵۶۰۵۵۹۲۵	۳۰۰۱۰۲۶/۷	۰/۵۶۰۵۵۹۲۵۴
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۰	۰/۰۰۷۸۲۱۴۴۰۵۷۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۶۶۰۹	۰/۰۰۳۹۶۰۰۸۳۵۱۳۰	۳۲۷۹۵۲۵۶۹	۰/۴۴۳۰۷۲۹	۲۰۴۷۱۸۷/۲	۰/۴۴۳۰۷۲۸۹۶
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲۵	۰/۰۰۴۲۳۴۸۴۳۷۹۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۴۳۰۴	۰/۰۰۱۸۹۶۱۶۷۹۳۹۶	۳۶۴۳۶۵۵۴۶	۰/۴۷۴۹۹۲۵۸	۲۱۸۵۰۱۵	۰/۴۷۴۹۹۲۵۷۸

مشاهده می گردد، واحدهای ۶ و ۸ و ۱۴ کارای هزینه است و DMU_{14} دارای کمترین هزینه می باشد. اطلاعات تحلیل داده ای و کشسانی مقیاس به شرحی که برای جداول ۹ و ۱۰ ارائه شده است، بعد از آنکه تصویر واحدهای ناکارا را روی مرز کارای هزینه به دست آوردیم در جدول ۱۴ آورده شده است. مشاهده می گردد، واحد ۵ و واحدهای ۷ الی ۱۲ کارای هزینه و واحد ۱۲ دارای کمترین هزینه می باشد. از این جداول نتیجه گرفتیم، این واحدها قبل و بعد از آن که تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی و یا کارای هزینه قرار بگیرند، دارای بازده به مقیاس ثابت می باشند.

جدول ۹. اطلاعات تحلیل داده‌ای قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا (S_1^- , S_2^- , S_3^- , S_4^- متغیرهای کمبود ورودی و S_5^+ متغیر مازاد خروجی و $teq-e$ کارایی تکنیکی و $cost-e$ کارایی هزینه)

واحد	$teq-e$	S_1^-	S_2^-	S_3^-	S_4^-	S_5^+	$Cost-e$	$C(y_o; w_o)$
۱	۰/۶۴۹۹۹۵۳۱	۰/۰۰۰۵۸۸۶۳	۰	۰	۰/۰۳۶۰۱۱۴۲	۰	۰/۴۱	۰/۲۸۳۰۶۵۹۴
۲	۰/۶۷۸۰۵۳۹۷	۰	۰	۰	۰/۰۵۱۸۰۱۷۷	۰	۰/۴۳	۰/۳۳۱۳۳۹۱۱
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۶۴	۰/۴۶۷۷۵۵۲۸
۴	۰/۹۳۷۳۷۱۶۹	۰/۰۰۰۰۶۷۵۰	۰	۰/۰۰۰۴۲۲۷۱	۰	۰	۰/۵۸	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷
۵	۰/۹۷۰۷۶۷۳۲	۰/۰۰۰۹۶۷۳۴	۰	۰	۰/۰۰۰۰۰۲۵۹	۰	۰/۹۱	۰/۸۹۲۲۵۸۴
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۷۹۷۳۳۹۵
۷	۰/۸۰۸۸۱۶۹۹	۰	۰/۰۰۰۰۰۲۱۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴	۰	۰	۰/۷۳	۰/۷۰۲۰۶۶۱۵
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۸۰۰۲۴۶۰
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۸۷۹۲۴۸۲۴
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۴	۰/۹۹۷۳۵۲۵۷
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۳۸۱۰۲۳۵
۱۲	۰/۷۳۷۸۸۲۲۶	۰	۰/۰۰۶۱۵۲۹۸	۰	۰/۰۵۶۹۰۷۶۹	۰	۰/۶۹	۰/۶۵۷۳۳۸۸۲
۱۳	۰/۴۶۹۱۰۹۳۲	۰	۰/۰۰۹۲۷۶۹۴	۰	۰/۰۱۵۰۴۹۴۵	۰	۰/۴۸	۰/۵۵۸۸۵۲۶۴
۱۴	۰/۴۰۸۲۳۱۶۰	۰	۰/۰۱۰۱۵۳۱۸	۰	۰/۰۱۵۰۹۶۰۵	۰	۰/۴۴	۰/۴۶۳۶۵۷۲۵
۱۵	۰/۴۴۵۸۸۸۳۳	۰	۰	۰	۰/۰۲۴۱۱۵۷۵	۰	۰/۵۳	۰/۵۰۰۴۱۲۵۵

جدول ۱۰. کشش مقیاس واحدها قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا

واحد	ω_o^+	ε_c^+	ω_o^-	ε_c^-
۱	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	$+\infty$
۲	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۳۳۱۳۳۹۱۱	$+\infty$
۳	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	$+\infty$
۴	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	$+\infty$
۵	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۸۹۲۲۵۸۴	$+\infty$
۶	۸۰۰۰۰۰	۰	-۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	$+\infty$
۷	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	$+\infty$
۸	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	$+\infty$
۹	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	$+\infty$
۱۰	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۹۹۷۳۵۲۵۷	$+\infty$
۱۱	۸۰۰۰۰۰	۰	-۱/۱۳۸۱۰۲۳۵	$+\infty$
۱۲	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۶۵۷۳۳۸۸۲	$+\infty$
۱۳	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۵۵۸۸۵۲۶۴	$+\infty$
۱۴	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۴۶۳۶۵۷۲۵	$+\infty$
۱۵	۸۰۰۰۰۰	۰	-۰/۵۰۰۴۱۲۵۵	$+\infty$

جدول ۱۱. اطلاعات نرمال شده با خروجی یک، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی تکنیکی

واحد	y	x_1	x_2	x_3	x_4
۱	y	۰/۰۰۳۳۰۰۶۵۹۵۸	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۳۸	۰/۰۰۰۸۲۱۳۱۵۳۸	۰/۰۰۰۰۸۳۰۹۴۶۴
۲	۱	۰/۰۰۳۳۲۹۵۶۰۷۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۴۶	۰/۰۰۰۸۰۷۸۰۱۲۱	۰/۰۰۰۰۸۳۱۵۱۹۵
۳	۱	۰/۰۰۲۸۹۸۵۹۶۷۳	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۴۵۰	۰/۰۰۱۰۰۹۱۶۷۴۰	۰/۰۰۰۰۸۷۲۶۳۴۷
۴	۱	۰/۰۰۳۸۹۲۶۵۳۸۹	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۶۸	۰/۰۰۰۵۴۴۷۲۴۱۴	۰/۰۰۰۰۷۶۹۵۴۰۳
۵	۱	۰/۰۰۳۹۴۵۱۰۱۶۶	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۷۸۰	۰/۰۰۰۵۱۹۴۶۰۶۴	۰/۰۰۰۱۰۳۷۲۱۹۵
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۹۶۹۸
۷	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۹۵۵	۰/۰۰۰۰۱۶۱۵۲۸۱	۰/۰۰۰۰۰۱۱۷۸۳۸	۰/۰۰۰۰۷۹۶۸۰۱۵
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۸۸۴۲
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۱۴۵۴۴	۰/۰۰۰۰۱۶۱۲۱۱۳	۰/۰۰۰۰۱۱۸۰۵۷	۰/۰۰۰۰۸۰۳۵۸۱۵
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۶۰	۰/۰۰۰۰۰۳۱۵۵۹۷	۰/۰۰۰۰۰۱۷۵۸۵	۰/۰۸۵۶۴۹۰۳۳۴۵
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۲۱۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۴۳
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۴۰	۰/۰۲۱۷۶۴۰۹۹۰	۰/۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۴۳۵
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲۵	۰/۰۲۱۷۶۴۰۹۷۰	۰/۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۶۷۰
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۲	۰/۰۲۱۷۶۴۱۲۰۰	۰/۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۵۶۵۶۷۰۷۲۸۶
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۱	۰/۰۱۸۸۲۶۷۴۲۹	۰/۰۰۰۰۰۱۵۲۹۶	۰/۰۶۰۴۳۲۱۶۵۶۰

جدول ۱۲. اطلاعات تحلیل داده‌ای و کشش مقیاس، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارایی تکنیکی (s_1^- , s_2^- , s_3^- , s_4^- و s_5^- متغیرهای کمبود ورودی و s_6^+ متغیر مازاد خروجی و s_7^+ متغیر کارایی هزینه و s_8^+ متغیر کارایی تکنیکی)

واحد	teq-e	s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_5^-	s_6^+	Cost-e	$C(y_o; w_o)$	ω_0^+	ε_c^+	ω_0^-	ε_c^-
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۷۰	۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۲۸۳۰۶۵۹۴	$+\infty$
۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۷۱	۰/۳۳۱۳۳۹۱۱	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۳۳۱۳۳۹۱۱	$+\infty$
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۶۴	۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۴۶۷۷۵۵۲۸	$+\infty$
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	$+\infty$
۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۸۹۲۲۲۵۸۴	$+\infty$
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۱/۱۷۹۷۳۳۹۵	$+\infty$
۷	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۷۰۲۰۶۶۱۵	$+\infty$
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۷۸۰۰۲۴۶۰	$+\infty$
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۳	۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۸۷۹۲۴۸۲۴	$+\infty$
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۲	۰/۹۶۹۳۶۰۳۲	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۹۶۹۳۶۰۳۲	$+\infty$
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۱/۱۰۲۹۷۱۹۹	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۱/۱۰۲۹۷۱۹۹	$+\infty$
۱۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۶۴۰۰۹۳۵۳	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۶۴۰۰۹۳۵۳	$+\infty$
۱۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۵۱۳۸۴۸۲۲	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۵۱۳۸۴۸۲۲	$+\infty$
۱۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۳۸۰۳۴۰۶۵	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۳۸۰۳۴۰۶۵	$+\infty$
۱۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۴۰۷۸۴۵۲۰	۸۰۰۰۰۰	۰	۰	-۰/۴۰۷۸۴۵۲۰	$+\infty$

جدول ۱۳. اطلاعات نرمال شده با خروجی یک، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای هزینه

واحد	y	x_1	x_2	x_3	x_4
۱	۱	۰/۰۰۲۴۵۳۲۶۱۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۳۹	۰/۰۰۰۰۵۱۸۰۶۴۲۱	۰/۰۰۲۲۷۶۷۴۷۳۵۱
۲	۱	۰/۰۰۲۱۱۱۵۰۰۲۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۴۶	۰/۰۰۰۰۵۱۲۲۸۱۵۲	۰/۰۰۳۲۹۰۳۷۴۷۲۳
۳	۱	۰/۰۰۱۸۵۵۱۰۱۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۸۸	۰/۰۰۰۰۶۴۵۸۶۷۱۴	۰/۰۰۰۰۵۵۸۴۸۶۲
۴	۱	۰/۰۰۲۴۵۰۳۵۰۵۷	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۴۱۳	۰/۰۰۰۰۵۹۸۶۰۱۱۸	۰/۰۰۰۰۴۷۶۱۵۴۱
۵	۱	۰/۰۰۴۶۰۴۹۳۶۵۴	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۷۳۱	۰/۰۰۰۰۴۸۶۹۴۳۸۵	۰/۰۰۰۰۹۹۶۵۷۱۲
۶	۱	۰/۰۰۳۹۴۶۳۶۳۹۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۶۷۹	۰/۰۰۰۰۵۱۹۶۲۶۵۳	۰/۰۰۰۰۷۶۳۹۶۹۸
۷	۱	۰/۰۰۰۰۰۸۲۵۷۹۵	۰/۰۰۰۰۱۶۵۴۶۳۳	۰/۰۰۰۰۱۰۹۹۶۵	۰/۰۰۰۰۷۱۹۱۵۵۴
۸	۱	۰/۰۰۰۰۰۹۶۳۱۴۹	۰/۰۰۰۰۱۹۵۲۴۰۷	۰/۰۰۰۰۱۲۵۵۹۵	۰/۰۰۰۰۰۸۸۴۲
۹	۱	۰/۰۰۰۰۰۸۵۰۵۲۶	۰/۰۰۰۰۱۴۹۹۲۶۵	۰/۰۰۰۰۱۰۹۷۹۳	۰/۰۰۰۰۷۴۷۳۳۰۸
۱۰	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۵۰	۰/۰۰۰۰۰۲۶۵۱۰۱	۰/۰۰۰۰۰۱۴۷۷۱	۰/۰۰۷۱۹۴۵۱۸۸۱۰
۱۱	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۰۲۱۷۷۶۴۱۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۱۴۹۴۵	۰/۰۰۵۶۵۶۷۰۷۴۴۳
۱۲	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۳۸	۰/۰۰۲۶۱۱۷۰۱۰۹۰	۰/۰۰۰۰۰۱۳۹۷۵	۰/۰۰۶۱۱۱۲۲۰۷۸
۱۳	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۶	۰/۰۰۳۱۷۷۴۲۷۳۵۵	۰/۰۰۰۰۰۱۵۲۹۲	۰/۰۰۷۳۲۷۹۱۵۱۲۶
۱۴	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۳	۰/۰۰۳۴۴۱۴۳۳۸۵۲	۰/۰۰۰۰۰۱۶۱۰۸	۰/۰۰۷۴۲۴۳۶۷۴۵۷
۱۵	۱	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱۳	۰/۰۰۲۲۴۴۴۶۷۲۱۳	۰/۰۰۰۰۰۱۸۱۸۱	۰/۰۰۴۹۶۹۰۰۸۰

جدول ۱۴. اطلاعات تحلیل داده‌ای و کشش مقیاس، بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای هزینه (s_1^- , s_2^- , s_3^- , s_4^- , s_5^- متغیرهای کمبود

ورودی و s_6^+ متغیرمازاد خروجی و $teq-e$ کارایی تکنیکی و $cost-e$ کارایی هزینه)

واحد	teq-e	s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_5^-	s_6^+	Cost	$C(y_o; w_o)$	ω_0^+	ε_c^+	ω_0^-	ε_c^-
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۸	۰/۲۷۷۶۵۶۶۱	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۲۷۷۶۵۶۶۱	$+\infty$
۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۳۲۵۳۸۱۴۳	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۳۲۵۳۸۱۴۳	$+\infty$
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷	۰/۴۴۹۵۵۱۶۴	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۴۴۹۵۵۱۶۴	$+\infty$
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۷۰۸۰۷۵۸۷	$+\infty$
۵	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۸۹۲۲۵۸۴	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۸۹۲۲۵۸۴	$+\infty$
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۹	۱/۱۷۱۶۷۸۹۹	۸۰۰۰۰	۰	۰	۱/۱۷۱۶۷۸۹۹	$+\infty$
۷	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۰۰۸۸۰۱۶	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۷۰۰۸۸۰۱۶	$+\infty$
۸	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۷۷۸۷۰۶۹۲	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۷۷۸۷۰۶۹۲	$+\infty$
۹	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۸۷۷۷۶۲۹۴	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۸۷۷۷۶۲۹۴	$+\infty$
۱۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۹۹۴۴۵۳۸۱	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۹۹۴۴۵۳۸۱	$+\infty$
۱۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱/۱۳۵۱۶۷۸۴	۸۰۰۰۰	۰	۰	۱/۱۳۵۱۶۷۸۴	$+\infty$
۱۲	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰/۶۵۴۹۹۱۴۳	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۶۵۴۹۹۱۴۳	$+\infty$
۱۳	۹۵۹۶۹۳۳۳	۰	۰۰۷۵۱۱۷۶	۰	۰	۰	۰/۹۹	۰/۵۵۸۸۵۲۶۴	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۵۵۸۸۵۲۶۴	$+\infty$
۱۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۶	۰/۴۴۴۶۸۵۳۲	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۴۴۴۶۸۵۳۲	$+\infty$
۱۵	۷۹۸۳۲۴۲۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹۵	۰/۴۷۸۵۶۲۲۹	۸۰۰۰۰	۰	۰	۰/۴۷۸۵۶۲۲۹	$+\infty$

۵ نتیجه گیری و پیشنهادها

این مقاله به شرح کشسانی مقیاس در مدل کارایی هزینه ورودی محور پرداخته است. کشسانی مقیاس عبارت است از ارایه مقدار عددی برای بازده به مقیاس واحد مورد بررسی. برای تشریح موضوع از مدل کاربردی کارخانجات قندوشکری که از چغندر قند استفاده می کنند و هجده ورودی و چهار خروجی دارند، بهره برده ایم. کلیه عملیات مورد نیاز جهت آماده سازی داده ها، از جمله به دست آوردن هزینه هر واحد، ادغام و نرمال سازی داده هایی با واحدهای اندازه گیری مختلف و ارایه واحدهایی با چهار ورودی و یک خروجی را بیان نمودیم. جداول کارایی هزینه و کشسانی مقیاس این واحدها، قبل و بعد از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارا را ارایه کردیم. پس از تحلیل جداول به دست آمده و مقدار حداقل و حداکثر w_0 نتیجه گرفتیم، این واحدها دارای بازده به مقیاس ثابت می باشند، یعنی هر افزایشی در ورودی این واحدها منجر به همان میزان افزایش در خروجی آنها خواهد شد. قبل از تصویر واحدها به مرز کارای تکنیکی واحدهای ۶، ۸ و ۱۱ کارای هزینه و واحد ۸ دارای کمترین هزینه بوده است. پس از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارای تکنیکی، واحدهای ۶، ۸ و ۱۴ کارای هزینه و واحد ۱۴ دارای کمترین هزینه بوده است. از تصویر واحدهای ناکارا به مرز کارای هزینه نتیجه گرفتیم واحد ۵ و واحدهای ۷ الی ۱۲ کارای هزینه و واحد ۱۲ دارای کمترین هزینه می باشد. همچنین نتیجه گرفتیم، کشش مقیاس قبل از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارا با کشش مقیاس بعد از تصویر واحدهای ناکارا روی مرز کارای تکنیکی یا کارای هزینه، تفاوتی ندارد که می تواند به صورت دو قضیه در تحقیقات آتی ارایه و اثبات گردد. نتایج به دست آمده از این مقاله برای کارخانجات قندوشکر نشان می دهد که کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه به راحتی قابل ارایه برای تعیین مقدار عددی بازده به مقیاس می باشد. این تحلیل کمک می کند تا تصویر درستی از نتایج کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه بر عملکرد کارخانجات داشته باشیم، یعنی اگر یک کارخانه قصد توسعه منابع به منظور دستیابی به سود بیشتر و یا کم کردن منابع با توجه به سیاست های قیمت بازار را داشته باشد، قبل از اقدام با استفاده از کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه، نتایج را پیش بینی کرده و تصمیم به اقدام برای توسعه و یا کم کردن منابع می گیرد و از خسارت های جبران ناپذیر جلوگیری می نماید. زمانی که ورودی ها ناهمگن هستند، به منظور به حساب آوردن وضعیتی که قیمت های ورودی شرکت ها متفاوت یا تفاوت های کیفی در منابع وجود داشته باشند، مدل کارایی هزینه، مبتنی بر مقدار تن [۲۰] (با برپاسازی مجموعه تولید در فضای هزینه خروجی) می باید، جایگزین شود، این مدل بیشتر در DEA جهت دار (برای توسیع اندازه مقدار محور جهت دار) برای ناکارایی تکنیکی گسترش یافته است [۳۸، ۳۹، ۴، ۱۶]. مدل های خروجی محور برای ارزیابی کارایی درآمد و سود و در نظر داشتن قیمت نامعین ورودی برای ارزیابی کشسانی مقیاس مدل کارایی هزینه، موضوع جالبی برای تحقیقات آتی خواهد بود.

منابع

- [1] Kordrostami, S., Amirteimoori, A., Masoumzadeh, A. (2015). Evaluating the performance of staff and branches of Saderat bank of Guilan using the data envelopment analysis. Journal of Operational Research in its Applications, 12(2), 125-137.
- [2] Hanoch, G. (1970). Homotheticity in joint production. J. Econ. Theory, 2, 423-426.

- [3] Panzar, J. C., Willig, R. D. (1977). Economies of scale in multi output production. Q. J. Econ., XLI, 481-493.
- [4] Baumol, W. J., Panzar, J. C., Willig, R. D. (1982). Contestable markets and theory of industrial structure. New York: Harcourt Brace Jovanovich.
- [5] Hosseinzadeh Lotfi, F., Ghelej Beigi, Z., Gholami, K., Aghayi, N. (2011). Classification sensitivity analysis of returns to scale in DEA. Journal of Operational Research in its Applications, 8(3), 115-124.
- [6] Payan, A., Rahmani Perchikolaei, B. (2020). Expansionary-contradictory policies in stock companies using left and right returns to scales in data envelopment analysis models. Journal of Operational Research in its Applications, 17(1), 119-137.
- [7] Podinovski, V. V., Finn, R. F. (2020). Scale Elasticity and Returns to Scale. In S. C. Ray et al. (Eds.), Handbook of Production Economics, pp. 1-39. Singapore: Springer.
- [8] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Manage. Sci., 30, 1078-1092.
- [9] Kazemi Matin, R. (2018). Scale elasticity in DEA models: review and new results. *Iranian Data Envelopment analysis Society*. Website http://irandeads.ir/files/site1/files/SE+ND+UD_IDEAS-1.pdf.
- [10] Sahoo, Biresh K., Tone, K. (2015). Scale elasticity in non-parametric DEA approach. In Joe Zhu (ed.), data envelopment analysis, pp. 269-290. New York: Springer.
- [11] Frisch, R. (1965). Theory of production. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- [12] Sueyoshi, T. (1999). DEA duality on returns to scale (RTS) in production and cost analyses: an occurrence of multiple solutions and differences between production based and cost based RTS estimates. Manage. Sci., 45, 1593-1608.
- [13] Cesaroni, G., Kerstens, K., Van de Woestyne, I. (2020). The shape of ray average cost and Its role in multioutput scale economies: Some Generalisations. "Working Papers 2020-EQM-03", IESEG School of management.
- [14] Fare, R., Grosskopf, S. (2006). Resolving a strange case of efficiency. J. Oper. Res. Soc., 57, 1366-1368.
- [15] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of Royal Statistical Society, Series (A) 120, 253-290.
- [16] Fukuyama, H., Weber, W. L. (2004). Economic inefficiency measurement of input spending when decision making units face different input prices. J. Oper. Res. Soc., 55, 1102-1110.
- [17] Grosskopf, S., Yaisawarng, S. (1990). Economies of scope in the provision of local public services. Nat. Tax J., 43, 61-74.
- [18] Sahoo, B. K., Kerstens, K., Tone, K. (2012). Returns to growth in a non-parametric DEA approach. Int. Trans. Oper. Res., 19, 463-486.
- [19] Sahoo, B. K., Sengupta, J. K., Mandal, A. (2007). Productive performance evaluation of the banking sector in India using data envelopment analysis. Int. J. Oper. Res., 4, 1-17.
- [20] Sahoo, B. K., Tone, K. (2009a). Decomposing capacity utilization in data envelopment analysis: an application to banks in India. Eur. J. Oper. Res., 195, 575-594.
- [21] Sengupta, J. K. (1999). A dynamic efficiency model using data envelopment analysis. Int. J. Prod. Econ., 62, 209-218.
- [22] Sengupta, J. K. (2002). Economics of efficiency measurement by the DEA approach. Appl. Econ., 34, 1133-1139.
- [23] Sengupta, J. K. (2004). The survivor technique and the cost frontier: a nonparametric approach. Int. J. Product Econ., 87, 185-193.
- [24] Sengupta, J. K. (2005a). Nonparametric efficiency analysis under uncertainty using data envelopment analysis. Int. J. Prod. Econ., 95, 39-49.
- [25] Sengupta, J. K. (2005b). Data envelopment analysis with heterogeneous data: an application. J. Oper. Res. Soc. 56, 676-686.
- [26] Sahoo, B. K., Tone, K. (2009b). Radial and non-radial decompositions of profit change: with an application to Indian banking. Eur. J. Oper. Res., 196, 1130-1146.
- [27] Karim Shahi, M. (2016). Fundamental review of the sugar industry. World Economy. (in Persian). <https://jahaneghtesad.com/بررسی-بنیادی-صنعت-قندو-شکر/>
- [28] Zare, S., Monazzam, MR., Behzadi, M., Hasanvand, D., Ahmadi, S. (2017). Hearing loss among Fasa sugar factory workers', Fars Province, Iran. JOHE, 6 (2), 70-76.
- [29] Yazdani, S., Rahimi, R. (2012). Evaluation of the efficiency of sugar beet production in Qazvin plain, Iran. Journal of Sugar Beet, 28 (2), 113-118.

- [30] Ganji, N., Yazdani, S., Saleh, A. (2018). Identifying the factors affecting the efficiency of water input in wheat production of Alborz province (data envelopment analysis approach). *Iranian Journal of Economic Research and Agricultural Development*, 49-2 (1), 13-22.
- [31] Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Rezaitabar, A. (2006). An improvement to the cost efficiency interval: a DEA-based approach. *Applied Mathematics and Computation*, 181(1), 775- 781.
- [32] Jahanshahloo, G. R., Roshdi, I., Davtalab-olyaie, M. (2013). Characterizing and finding full dimensional efficiency facets of PPS with constant returns to scale technology. *Science and Research Branch (IAU)*, Vol. 5, 290- 301.
- [33] Cherkat Kargozari Bank Ayande (in Persian) (2016). Analysis of Ghazvin sugar mills. www.old.babc.ir/tbsc/Reports/sadabadi
- [34] Yazdanbakhsh, S., Elahi, M., Shahnooshi Forooshani, N. (2012). Economic evaluation of sugar industry from macro management perspective. Paper presented at the 34th annual seminar on sugar factories in Iran, Mashad: Sugar Hall, September 18-19 2012.
- [35] Kazemi Matin, R., Najafi, S. S. (2014). Aggregation of Farrell efficiency indices: input oriented with cost function. *Journal of Operational Research in its Applications*, 11(1), 105-117.
- [36] Taheri Akerdi, A., Ramzanzadeh Zeidi, A., Eghbal, M. R. (2015). Investigate the relationship between point to point inflation and the Tehran stock exchange overall index. *Indian Journal Of Fundamental And Applied Life Sciences*, Vol. 5 (S2), 135-143.
- [37] Hubber, David (2015). How to do units and scaling right. *Excellence Cluster Universe*.
- [38] Chambers, R. G., Chung, Y., Fare, R. (1996). Benefit and distance functions. *J. Econ. Theory* 70, 407–419.
- [39] Chambers, R. G., Chung, Y., Fare, R. (1998). Profit, directional distance functions and Nerlovian efficiency. *J. Optim. theory Appl*, 98, 351–364.