

## ارایه مدلی ترکیبی مبتنی بر تصمیم‌گیری چندمعیاره و برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه فازی به منظور ارزیابی و انتخاب سبد سهام با رویکرد اعداد Z

امیرحسین کنعانی<sup>۱</sup>، محمدرضا فیلی زاده<sup>۲\*</sup>، ایاد هندالیان پور<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی شیراز، شیراز، ایران

۲- دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی شیراز، شیراز، ایران

۳- کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۵ شهریور ۱۴۰۰

پذیرش مقاله: ۱۰ بهمن ۱۴۰۰

### چکیده

انتخاب و ایجاد سبد سهام در بورس، یکی از مهم‌ترین ابزارهای رقابتی در قرن حاضر محسوب می‌گردد. بر همین اساس نیاز است تا قبل از انتخاب و ایجاد سبد سهام در بورس به عوامل اساسی موفقیت توجه ویژه‌ای شود. در این تحقیق پس از بررسی حوزه‌ی مساله انتخاب سبد سهام و به‌طور کلی تر انتخاب سبد پروژه‌ها، رویکردی مبتنی بر تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره فازی ارایه شد. هدف از این مقاله، شناسایی معیارها و زیر معیارها، اولویت‌بندی معیارها، رتبه‌بندی سهام و انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام است. به این منظور، از روش‌های ترکیبی تصمیم‌گیری چندمعیاره و مدل‌سازی ریاضی بهره گرفته شده است. چارچوب روش پیشنهادی براساس فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی (FAHP) و اعداد Z بنا شده است. خروجی این روش به عنوان ضرایب توابع هدف مدل ریاضی ارایه می‌شود. سپس برای نمایش کارایی رویکرد پیشنهادی، با استفاده از داده‌های واقعی مربوط به شش سهم در حوزه پتروشیمی (سهام شاراگ، شخارک، شفن، شفقار، شپدیس، شصفها)، اعتبار مدل، سنجیده گردید. در نهایت پس از حل مدل ریاضی فازی پیشنهادی، نتیجه آن شد که برای دوره‌های اول، دوم و ششم سهم شفن (مربوط به پتروشیمی فناوران) خریداری شود و برای دوره‌های سوم تا پنجم، هیچ سهمی خریداری نشود.

**کلمات کلیدی:** تصمیم‌گیری چندمعیاره، انتخاب سبد سهام، پورتفلیو، AHP فازی، برنامه‌ریزی چندهدفه فازی، Z-Number.

### ۱ مقدمه

همواره وجود یک بازار سرمایه فعال و پررونق به عنوان یکی از نشانه‌های توسعه‌یافتگی کشور در سطح بین‌المللی شناخته می‌شود. در کشورهای توسعه‌یافته اکثر سرمایه‌گذاری‌ها از طریق بازارهای مالی انجام می‌پذیرد [۱].

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: feylizadeh\_m@iau.ac.ir & feylizadeh\_mr@yahoo.com

مشارکت فعال افراد جامعه در بورس متضمن حیات بازار سرمایه و توسعه پایدار کشور است. عمده‌ترین مساله که سرمایه‌گذاران در این بازارها با آن‌ها مواجه هستند، تصمیم‌گیری جهت انتخاب اوراق بهادار مناسب برای سرمایه‌گذاری و تشکیل سبد بهینه سهام است. فرایند سرمایه‌گذاری در یک حالت منسجم، مستلزم تجزیه و تحلیل ماهیت اصلی تصمیمات سرمایه‌گذاری است [۲]. در این حالت فعالیت‌های مربوط به فرایند تصمیم‌گیری تجزیه‌شده و عوامل مهم در محیط فعالیت سرمایه‌گذاران که بر روی تصمیمات آن‌ها تاثیر می‌گذارد مورد بررسی قرار می‌گیرد. انتخاب شرکتی که بازده مالی مناسبی داشته باشد یکی از دغدغه‌های اصلی مدیران، سرمایه‌گذاران، مشاوران و کلیه افراد مرتبط با این موضوع برای سرمایه‌گذاری است. تاکنون روش‌های فراوانی برای این امر معرفی شده که هرکدام نقاط قوت و ضعف خود را دارند [۳]. این روش‌ها علاوه بر این که به افراد کمک می‌کند تا شرکتی را انتخاب نمایند که از عملکرد مالی مطلوبی برخوردار است، سبب می‌شود تا شرکت‌های قوی‌تر که در رده‌های بالای رتبه‌بندی قرار می‌گیرند، سعی بر تقویت نقاط قوت خود نموده و جایگاه خود را حفظ و بهبود دهند. از طرف دیگر شرکت‌های ضعیف‌تر نیز که در رده‌های پایین‌تر قرار می‌گیرند تلاش نمایند تا این فاصله را به حداقل رسانند [۴]. البته گاهی اوقات هم با داشتن داده‌های کافی و مناسب، می‌توان با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها رتبه‌بندی را انجام داد [۵].

پیچیدگی‌های محیط برنامه‌ریزی، حجم زیاد اطلاعات و مشکلات فراوانی که جهان کنونی با آن مواجه است و نگرش یک بعدی را نمی‌پذیرد. قضاوت با یک شاخص و به صورت عددی به مسایل، بسیار مشکل است. امروزه، لزوم بهره‌گیری از تجارب افراد مختلف با مشاغل، تخصص‌ها، تجربیات و سوابق علمی گوناگون بسیار رایج است. همه‌ی این موارد، ضرورت استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری گروهی و چندمعیاره را بیش از پیش مشخص می‌کند. یکی از مسایلی که در حوزه‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره مطرح می‌شود، مساله انتخاب سبد سهام/ پروژه است [۶]. انتخاب سبد مناسبی از پروژه‌ها (و به طور خاص سهام) توسط بسیاری از محققان برای بیش از چهل سال مورد بحث قرار گرفته است. دلایلی که موجب جذب محققان به این موضوع برای بازه‌ی زمانی طولانی شده است، را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود [۷]:

- انتخاب سبد مناسب همواره مساله‌ای چالش‌برانگیز برای افراد و سازمان‌ها بوده است. اگرچه بسیاری از محققان تاکنون مطالعات متعددی بر روی این موضوع انجام داده‌اند، اما ماهیت این حوزه بسیار گسترده است و به همین علت همواره فرصت‌هایی برای مطالعات آتی وجود دارد.
- تحقیقاتی که بر روی انتخاب سبد پروژه‌ها/ سهام انجام می‌شود، قابل استفاده در سایر حوزه‌های مشابه نظیر انتخاب تکنولوژی نیز می‌باشد. در واقع انتخاب پروژه و تکنولوژی موضوعاتی مشابه هستند که گاهی فرایندها و کاربردهای آن‌ها قابل به کارگیری به جای یکدیگر می‌باشد.

بنابراین در این تحقیق پس از بررسی حوزه‌ی مساله انتخاب سبد سهام و به طور کلی‌تر انتخاب سبد پروژه‌ها، رویکردی مبتنی بر فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی و برنامه‌ریزی ریاضی برای انتخاب مناسب سبد سهام ارایه خواهد شد. برای تعیین وزن معیارها و زیرمعیارها می‌توان از روش‌های مبتنی بر مقایسات زوجی، روش وزن‌دهی ساده و غیره استفاده نمود. به کارگیری هر یک از این روش‌ها و اضافه کردن به رویکرد ترکیبی پیشنهادی، به

شناختی از مساله حاصل می‌شود، که به دلیل وجود ساختار سلسله مراتبی بین معیارها و زیرمعیارها از روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی استفاده می‌شود. پس از محاسبه‌ی وزن هر سهم، براساس محدودیت‌های سازمان از قبیل محدودیت بودجه، پیش‌نیازی و غیره یک مدل ریاضی برای انتخاب بهینه سبد پروژه‌ها ارایه خواهد شد. از آنجایی که هدف این پژوهش ارزیابی و انتخاب سبد سهام می‌باشد، مدل ریاضی خود را بر اساس پیشینه کردن در سود و همچنین کمینه‌سازی ریسک سهام و موارد مشابه که باعث بهترین انتخاب سبد سهام می‌شود، پیشنهاد می‌دهیم. به دلیل آنکه مدل پیشنهادی با شناخت ابعاد مختلف مساله توسعه می‌یابد و ضرایب تابع هدف آن از طریق وزن‌های حاصله از رویکرد تصمیم‌گیری چند معیاره فازی با رویکرد Z-Number به دست می‌آید، این مدل می‌تواند تحلیل گر بازار سهام را در رسیدن به نقطه بهینه، یاری نماید.

## ۲ مروری بر پیشینه پژوهش

گارسیا و کاسترو<sup>۱</sup> [۶]، یک مدل انعطاف‌پذیر برای رفع کمبود مدل‌های تعاملی مبتنی بر مدل ریاضی فازی را، ارایه دادند. همچنین جعفرزاده و همکاران [۳]، به ارایه روشی یکپارچه پرداختند که می‌توانست همزمان به سه جنبه‌ی (۱) اولویت‌بندی معیارهای انتخاب، (۲) عدم اطمینان در تصمیم‌گیری و (۳) وابستگی‌های پروژه اشاره کند. اویکونومو<sup>۲</sup> و همکاران [۸]، تاثیر انتخاب تکنیک بهینه‌سازی را هنگام ایجاد اوراق بهادار SRI<sup>۳</sup> مورد بررسی قرار دادند. در پژوهشی دیگر، پرز<sup>۴</sup> و همکاران [۹]، به ارایه یک مدل ریاضی پرداختند که روشی کلاسیک را که شامل عدم اطمینان ذاتی در مشکلات انتخاب پرتفولیو بود مورد توجه قرار می‌داد. همچنین، باربتی<sup>۵</sup> و همکاران [۱۰]، یک رویکرد متفاوت ارایه دادند که تصمیم‌گیرنده را قادر می‌ساخت تا توزیع ارزیابی‌های مناسب بر روی معیارهای مختلف بر پروژه‌هایی که نمونه کارها (پرتفو) را تشکیل می‌داد را کنترل کند. رچا<sup>۶</sup> و همکاران [۱۱]، یک مدل سیستماتیک مبتنی بر تصمیم‌گیری چندمعیاره برای ارزیابی سبد پروژه‌های تحقیق و توسعه با هدف انتخاب سبد پروژه را در واحد تحقیق و توسعه ارایه کردند. در مطالعه‌ای دیگر، الارو<sup>۷</sup> و همکاران [۱۲]، تاثیر ریسک‌های محیطی را در ارزیابی پروژه‌های سرمایه‌گذاری مورد بررسی قرار داده و از روش مونت کارلو برای این ارزیابی، استفاده نمودند. کاظمی و همکاران [۱۳] در پژوهشی دیگر، هفت شرکت از صنایع پیشگام در بازار بورس اوراق بهادار تهران را با به کارگیری دستورالعمل‌های مالی مناسب و معیارهای موثر در شرایط عدم قطعیت اولویت‌بندی کردند. لیم<sup>۸</sup> و همکاران [۱۴]، از یک روش ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب سبد سهام در مطالعه موردی در کره جنوبی استفاده کردند. سیفی و چهارسوقی [۱۵] به ارایه یک سیستم پشتیبان تصمیم برای پروژه‌های سرمایه‌گذاری ساخت به منظور افزایش احتمال موفقیت آن‌ها از طریق شناسایی و ارزیابی نظام‌مند

<sup>۱</sup> García,& Castro

<sup>۲</sup> Oikonomou

<sup>۳</sup> Socially Responsible Investment

<sup>۴</sup> Pérez

<sup>۵</sup> Barbati

<sup>۶</sup> Rocha

<sup>۷</sup> Olaru

<sup>۸</sup> Lim

ریسک‌ها در سطوح مختلف پرداختند. کردرستی و همکاران نیز، ارزیابی عملکرد نیروی انسانی و شعب بانک صادرات گیلان را با به‌کارگیری روش تحلیل پوششی داده‌ها انجام دادند [۱۶].

گانگ<sup>۱</sup> و همکاران مشکلات انتخاب سبد سهام فازی تحت چارچوب عقلانیت را بررسی کردند. به این منظور، یک مدل ارزیابی امتیاز کارایی متقاطع برای تمام دارایی‌ها را پیشنهاد نمودند [۱۷]. ژانگ و همکاران<sup>۲</sup> به بحث کمی در مورد اثرات و عدم قطعیت‌های تغییرات بازده در هر سهم پرداختند. برای نشان دادن مدل پیشنهادی، داده‌های سهام بورس اوراق بهادار نیویورک و انجمن ملی معامله‌کنندگان اوراق بهادار را برای آزمون تجربی انتخاب کردند [۱۸]. یو و وانگ<sup>۳</sup> استفاده از گشتاورهای مرتبه سوم و چهارم برای مدل انتخاب سهام چند هدفه فازی را هدف قرار دادند. همچنین برخی آزمایش‌ها با استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار شانگهای دادند و نتایج کارایی و اثربخشی مدل و الگوریتم پیشنهادی را نشان دادند [۱۹].

با بررسی ادبیات، درمی‌یابیم که برای ارزیابی و انتخاب پروژه‌ها و به طور خاص سبد سهام، مطالعات گسترده‌ای صورت گرفته است که برخی از آن‌ها مبتنی بر مدل ریاضی و برخی دیگر مبتنی بر تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره است. در پژوهش حاضر یک رویکرد ترکیبی با استفاده از تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره و مدل ریاضی با مفروضات جدید براساس رویکرد عدد  $Z$  برای حل یک مساله در دنیای واقعی انجام می‌گیرد. با توجه به مقالات مروشده، مشخص شد که پژوهشگران در زمینه اولویت‌بندی و انتخاب سبد سهام، رویکردهای متفاوتی را به کار برده‌اند. با توجه به بررسی‌های به عمل آمده به این نتیجه رسیدیم که در شرایط عدم اطمینان با استفاده از رویکرد عدد  $Z$ ، پژوهشی در زمینه انتخاب سبد سهام بهینه انجام نشده است. لذا این موضوع جهت پژوهش انتخاب گردید. در بخش‌های آتی پس از معرفی ویژگی‌های هر یک از مفاهیم موثر در مدل این مساله، به فرموله نمودن و حل مدل پرداخته خواهد شد.

### ۳ روش پژوهش

هدف این پژوهش، ارایه رویکردی مناسب برای ارزیابی سبد سهام و انتخاب بهترین آن‌ها جهت سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن محدودیت‌های سازمانی مورد مطالعه است. روند رویکرد پیشنهادی در چهار گام در ادامه آورده می‌شود:

**گام اول، انتخاب معیارها و زیرمعیارها:** در این گام، به انتخاب معیارها و زیرمعیارهای موثر در فرآیند اولویت‌دهی و نهایتاً انتخاب سبد سهام پرداخته می‌شود.

**گام دوم، وزن‌دهی به فاکتورها:** در این گام به وزن‌دهی معیارها و زیرمعیارها می‌پردازیم. از آنجا که بنا به نظر خبرگان بین معیارها و زیرمعیارها رابطه‌ی سلسله‌مراتبی وجود دارد از روش فرآیند سلسله‌مراتبی برای وزن‌دهی استفاده می‌شود. همچنین برای در نظر گرفتن ابهام و عدم قطعیت در مدل، از روش فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی برای وزن‌دهی استفاده می‌نماییم [۱۵]. با توجه به اینکه تصمیم‌گیری یک فرآیند ذهنی است و

<sup>۱</sup> Gong  
<sup>۲</sup> Zhang  
<sup>۳</sup> Yue and Wang

بسیاری از تصمیم‌گیری‌ها در شرایط عدم اطمینان صورت می‌گیرند، برای مقایسه داده‌ها در ماتریس مقایسه زوجی، از مفهوم اعداد فازی Z استفاده می‌نماییم. استفاده از اعداد فازی در این قسمت باعث می‌شود خبرگان بتوانند از متغیرهای کلامی برای مقایسات زوجی استفاده کنند. از سوی دیگر می‌توان عدم قطعیت و ابهام را نیز در مساله وارد نمود. پس از تکمیل پرسشنامه‌ها و استخراج ماتریس مقایسات زوجی، وزن هر یک از فاکتورها با استفاده از رویکرد FAHP که توسط چانگ [۲۰]، ارائه شده به دست می‌آید. برای به دست آوردن وزن نهایی زیرمعیارها، باید وزن معیارها را در وزن زیرمعیارهایشان ضرب کنیم. سپس اوزان به دست آمده از رویکرد فازی را با استفاده از مفهوم عدد Z محاسبه می‌نماییم که در ادامه آورده شده است [۲۱]. در مفهوم عدد Z، عبارت  $Z = (\tilde{A}, \tilde{B})$  به عنوان یک عدد فازی است که در آن به ترتیب، A و B، محدودیت و قابلیت اطمینان را توصیف می‌کند. اگر  $\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle | x \in [0, 1] \}$ ،  $\tilde{B} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{B}}(x) \rangle | x \in [0, 1] \}$  و  $\mu_{\tilde{A}}$  و  $\mu_{\tilde{B}}$  به ترتیب توابع عضویت مثلثی آن‌ها باشند، برای تبدیل این اعداد به اعداد فازی کلاسیک مراحل زیر انجام می‌گیرد.

۱- تبدیل بخش دوم عدد Z (قابلیت اطمینان  $\tilde{B}$ ) به یک مقدار قطعی به صورت رابطه زیر:

$$\alpha = \frac{\int x \mu_{\tilde{B}}(x) dx}{\int \mu_{\tilde{B}}(x) dx} \quad (1)$$

۲- افزودن وزن بخش دوم ( $\alpha$ ) به بخش اول عدد فازی موزون Z جدید به صورت رابطه زیر:

$$Z^\alpha = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle | \mu_{\tilde{A}}^\alpha(x) = \alpha \mu_{\tilde{A}}(x) \}$$

۳- با ضرب نمودن  $\sqrt{a}$  در  $\tilde{A}^\alpha$  عدد فازی موزون Z به صورت رابطه زیر به یک عدد فازی نرمال تبدیل می‌گردد:

$$\tilde{Z}' = \sqrt{a} * \tilde{A}^\alpha = (\sqrt{a} * a_1, \sqrt{a} * a_r, \sqrt{a} * a_v, \sqrt{a} * a_f) \quad (2)$$

**گام سوم، ارزیابی عملکرد هر سبد سهام به ازای هر فاکتور:** در این گام به تعیین امتیاز هر سبد سهام با استفاده از پرسشنامه می‌پردازیم. برای این منظور از خبرگان می‌خواهیم تا با استفاده از متغیرهای کلامی به فاکتورهای مربوطه به ازای هر سهام امتیازدهی کنند. سپس میانگین نظرات خبرگان را برای هر زیر فاکتور به ازای هر سهام به دست می‌آوریم.

**گام چهارم، مدلسازی ریاضی برای تعیین میزان خرید از هر سهم:** در این گام با استفاده از یک مدل ریاضی چندهدفه فازی به تعیین میزان خرید بهینه از سهام موجود اقدام می‌نماییم. لازم به ذکر است که، نتایج به دست آمده از مراحل قبل، به عنوان پارامترهای این مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند. لذا مفروضات مساله عبارتند از:

- قیمت خرید هر سهم در هر دوره زمانی از قبل مشخص است.
- قیمت فروش هر سهم، خارج از محدوده مدل تعیین می‌شود که می‌تواند با استفاده از تکنیک‌های مالی، آن را پیش‌بینی نمود که از بحث این تحقیق خارج است.

- حداکثر میزان سرمایه در دسترس در هر دوره زمانی برای خرید سهام از قبل تعیین شده است.
  - در خرید سهام، بین سهام‌ها اولویت در نظر گرفته شده است.
- با توجه به مطالب ذکر شده در گام چهارم، مدل ریاضی پیشنهادی برای مساله مورد نظر به همراه اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم، به صورت زیر تعریف می‌گردند:

#### اندیس‌ها

$i, \hat{i}$  : سهام‌ها  $1 \leq i \leq I$

$t$  : دوره زمانی

#### پارامترها

$C_{it}$  : قیمت خرید هر واحد سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$

$S_{it}$  : قیمت فروش هر واحد سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$

$w_{it}$  : امتیاز سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$  به دست آمده از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره

$r_{it}$  : ریسک خرید هر سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$  به دست آمده از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره

$bg_t$  : حداکثر بودجه تخصیص داده شده به خرید سهام در هر دوره زمانی

$A$  : حداقل میزان خرید هر سهم در صورت انتخاب شدن

$p_{lit}$  : اگر سهم  $\hat{i}$  پیش‌نیاز سهم  $i$  باشد دوره زمانی  $t$  برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.

$M$  : عددی مثبت و بزرگ

#### متغیرهای تصمیم

**متغیر باینری:** اگر سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$  خریداری شود برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است.

$$y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{if } x_{it} \geq 0 \\ 0 & \text{if } x_{it} = 0 \end{cases}$$

**متغیر باینری:** اگر سهم  $\hat{i}$  قبل از سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$  انتخاب شده باشد برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.

$Z_{lit}$

$x_{it}$  : میزان خرید سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$

#### مدل ریاضی

توابع هدف مدل ریاضی به شرح زیر هستند:

$$\max z^{benefit} = \sum_i \sum_t (s_{it} - c_{it}) * x_{it} \quad (3)$$

$$\max z^{totalvalueofpurchaing} = \sum_i \sum_t w_{it} * x_{it} \quad (4)$$

$$\min z^{risk} = \sum_i \sum_t r_{it} * x_{it} \quad (5)$$

محدودیت‌های مدل ریاضی نیز به شرح زیر بیان می‌گردند:

$$\sum_t c_{it} * x_{it} \leq bg_t \quad \forall i \quad (6)$$

$$x_{it} \leq M * bg_t \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$x_{it} \geq A - M * (1 - y_{it}) \quad \forall i, t \quad (8)$$

$$z_{\hat{l}it} \leq p_{\hat{l}it} \quad \forall \hat{l}, i, t \quad (9)$$

$$Z_{\hat{l}it} \geq y_{it} - (1 - p_{\hat{l}it}) * M \quad \forall \hat{l}, i, t \quad (10)$$

$$y_{it} \geq y_{it} * z_{\hat{l}it} \quad \forall \hat{l}, i, t \quad (11)$$

تابع هدف اول (رابطه (۳)) به بیشینه‌سازی سود حاصل از خرید و فروش سهام می‌پردازد. تابع هدف دوم (رابطه (۴)) کل ارزش خرید را بیشینه می‌نماید و کمینه‌سازی ریسک در تابع هدف سوم (رابطه (۵)) به وقوع می‌پیوندد. محدودیت (۶) بیانگر عدم تجاوز از بودجه در دسترس در هر دوره زمانی است. محدودیت (۷) بیان می‌کند که در صورتی یک سهم، خریداری شود که آن سهم انتخاب گردد. محدودیت (۸) مربوط به قانون سازمان بورس و اوراق بهادار بوده و بیانگر این موضوع است که اگر سهمی برای خرید انتخاب شود باید حداقل به مقدار A واحد پولی از آن خریداری گردد. محدودیت‌های (۹) تا (۱۱) رعایت پیش‌نیازی سهام‌ها را در نظر می‌گیرد.

#### ۴ مطالعه موردی

در این بخش به پیاده‌سازی رویکرد پیشنهادی با استفاده از داده‌های مربوط به چند سهم از گروه پتروشیمی در سال ۱۳۹۵ پرداخته می‌شود. برای این منظور از اطلاعات مربوط به ۶ سهم در گروه پتروشیمی استفاده خواهد شد. این شش سهم با نمادهای بورسی عبارتند از: ۱) شاراک (پتروشیمی سازند)، ۲) شخارک (پتروشیمی خارک)، ۳) شفن (پتروشیمی فناوران)، ۴) شفارا (پتروشیمی فارابی)، ۵) شیدیس (پتروشیمی پردیس) و ۶) شصفها (پتروشیمی اصفهان). براساس نظر خبرگان این شرکت، چهار معیار سودآوری، رشد، بازار و ریسک را به عنوان معیارهای ارزیابی سهام، انتخاب کرده است. پیاده‌سازی رویکرد پیشنهادی با همکاری ۵ خبره برای ۶ سهم از این سازمان در گام‌های ذیل آورده شده است:

**گام اول:** زیرمعیارهای هریک از معیارهای مذکور از دو طریق استخراج گردید. در ابتدا با بررسی جامعی در ادبیات موضوع، این زیرمعیارها استخراج گردیدند. سپس در مرحله‌ی بعدی، این زیرمعیارها در اختیار خبرگان قرار گرفته و آن‌ها نیز از طریق تصحیح زیرمعیارها (کاهش، افزایش و یا ادغام آن‌ها با یکدیگر) مجموعه‌ای از زیرمعیارها را ارایه نمودند. در جدول ۱، این زیرمعیارها نشان داده شده‌اند.

جدول ۱. زیرمعیارهای انتخاب شده براساس ادبیات موضوع و نظر خبرگان

| معیار   | زیرمعیارهای منتخب  | علامه اختصاری  |
|---------|--------------------|----------------|
| سودآوری | سود هر سهم         | B <sub>۱</sub> |
|         | حاشیه سود خالص     | B <sub>۲</sub> |
|         | بازده دارایی       | B <sub>۳</sub> |
| رشد     | نرخ رشد سود هر سهم | G <sub>۱</sub> |
|         | نرخ رشد سود خالص   | G <sub>۲</sub> |

|       |                               |      |
|-------|-------------------------------|------|
| $G_r$ | نرخ رشد درآمدها               | ریسک |
| $R_1$ | ریسک تجاری                    |      |
| $R_2$ | ریسک مالی                     |      |
| $R_r$ | ریسک بازار                    |      |
| $M_1$ | نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری | نسبت |
| $M_2$ | نسبت قیمت به درآمد            |      |

**گام دوم:** در این گام با استفاده از روش AHP به رتبه‌بندی سهام و تعیین اهمیت هر کدام از آنها پرداخته می‌شود. این روش در ادامه بیان خواهد شد. در این گام از خبرگان خواسته می‌شود تا با استفاده از متغیرهای کلامی، که قهرمان و همکاران [۲۲]، ارایه داده‌اند بین معیارها و زیرمعیارهایشان مقایسه زوجی انجام دهند. سپس با استفاده از روش چانگ، وزن فاکتورها تعیین می‌گردد. نتایج حاصل از جایگزینی اعداد فازی مثلی به جای متغیرهای کلامی در مقایسات زوجی در جداول ۲ تا ۶، آورده شده است.

**جدول ۲.** مقیاس‌های زبانی برای تعیین اهمیت در مقایسات زوجی [۱۹]

| مقیاس زبانی اهمیت | مقیاس فازی مثلی | مقیاس معکوس فازی مثلی |
|-------------------|-----------------|-----------------------|
| دقیقاً مساوی      | ( ۱ و ۱ )       | ( ۱ و ۱ )             |
| بسیار کم مهمتر    | ( ۱/۲ و ۳/۲ )   | ( ۲ و ۳/۱ )           |
| کم مهمتر          | ( ۲ و ۳/۲ )     | ( ۱/۲ و ۳/۱ )         |
| زیاد مهمتر        | ( ۳/۲ و ۵/۲ )   | ( ۲/۵ و ۱/۲ )         |
| بسیار زیاد مهمتر  | ( ۵/۲ و ۳ )     | ( ۱/۳ و ۲/۵ )         |
| مطلقاً مهمتر      | ( ۵/۲ و ۷/۲ )   | ( ۲/۷ و ۱/۳ )         |

نتایج حاصل از جایگزینی اعداد فازی مثلی به جای متغیرهای زبانی در مقایسات زوجی در جداول ۳ تا ۷، آورده شده است.

**جدول ۳.** مقایسات زوجی معیارها

| بازار         | ریسک          | رشد           | سودآوری       | معیارها |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------|
| ( ۱ و ۱ )     | ( ۱/۲ و ۳/۱ ) | ( ۲/۳ و ۴ )   | ( ۱ و ۱ )     | سودآوری |
| ( ۱/۲ و ۳/۲ ) | ( ۲/۳ و ۱/۲ ) | ( ۱ و ۱ )     | ( ۱/۲ و ۳/۲ ) | رشد     |
| ( ۳/۲ و ۴ )   | ( ۱ و ۱ )     | ( ۱/۲ و ۳/۲ ) | ( ۳/۲ و ۱ )   | ریسک    |
| ( ۱ و ۱ )     | ( ۱/۲ و ۳/۱ ) | ( ۲/۳ و ۴ )   | ( ۱ و ۱ )     | بازار   |

**جدول ۴.** ماتریس مقایسات زوجی فازی برای زیرمعیارهای سودآوری

| بازده دارایی    | حاشیه سود خالص | سود هر سهم    | معیارها        |
|-----------------|----------------|---------------|----------------|
| ( ۱/۲، ۲/۳، ۱ ) | ( ۱، ۱، ۱ )    | ( ۱، ۱، ۱ )   | سود هر سهم     |
| ( ۱، ۱، ۱ )     | ( ۱، ۱، ۱ )    | ( ۱، ۳/۲، ۲ ) | حاشیه سود خالص |
| ( ۱، ۱، ۱ )     | ( ۱، ۱، ۱ )    | ( ۱، ۳/۲، ۲ ) | بازده دارایی   |



**جدول ۵.** ماتریس مقایسات زوجی فازی برای زیرمعیارهای رشد

| نرخ رشد درآمدها | نرخ رشد سود خالص | نرخ رشد سود هر سهم | زیرمعیارهای رشد    |
|-----------------|------------------|--------------------|--------------------|
| (۱/۲،۱،۳/۲)     | (۲/۳،۱،۲)        | (۱،۱،۱)            | نرخ رشد سود هر سهم |
| (۱،۳/۲،۲)       | (۱،۱،۱)          | (۱/۲،۱،۳/۲)        | نرخ رشد سود خالص   |
| (۱،۱،۱)         | (۱/۲،۲/۳،۱)      | (۲/۳،۱،۲)          | نرخ رشد درآمدها    |

**جدول ۶.** ماتریس مقایسات زوجی فازی برای معیارهای ریسک

| ریسک بازار  | ریسک مالی   | ریسک تجاری    | زیرمعیارهای ریسک |
|-------------|-------------|---------------|------------------|
| (۳/۲،۲،۵/۲) | (۱،۳/۲،۲)   | (۱،۱،۱)       | ریسک تجاری       |
| (۲/۳،۱،۲)   | (۱،۱،۱)     | (۱/۲،۲/۳،۱)   | ریسک مالی        |
| (۱،۱،۱)     | (۱/۲،۱،۳/۲) | (۲/۵،۱/۲،۲/۳) | ریسک بازار       |

حال با استفاده از روش ارایه شده توسط چانگ، وزن محلی هر یک از معیارها و زیرمعیارها را محاسبه می‌نماییم. خروجی حاصل از این مقایسات زوجی (وزن معیارها و زیرمعیارها)، در جدول ۷، آورده شده است.

**جدول ۷.** وزن محلی معیارها و زیرمعیارها

| معیار (وزن)      | زیرمعیارهای منتخب             | وزن    |
|------------------|-------------------------------|--------|
| سودآوری (۰/۲۲۴۴) | سود هر سهم                    | ۰/۱۸۳۶ |
|                  | حاشیه سود خالص                | ۰/۴۰۸۲ |
|                  | بازده دارایی                  | ۰/۴۰۸۲ |
| رشد (۰/۲۵۱۸)     | نرخ رشد سود هر سهم            | ۰/۳۳۰۸ |
|                  | نرخ رشد سود خالص              | ۰/۳۶۹۵ |
|                  | نرخ رشد درآمدها               | ۰/۲۹۹۷ |
| ریسک (۰/۲۹۹۴)    | ریسک تجاری                    | ۰/۵۰۶۰ |
|                  | ریسک مالی                     | ۰/۲۸۸۵ |
|                  | ریسک بازار                    | ۰/۲۰۵۵ |
| بازار (۰/۲۲۴۴)   | نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری | ۰/۵    |
|                  | نسبت قیمت به درآمد            | ۰/۵    |

در این مرحله وزن معیارها و زیر معیارها را به صورت اعداد  $Z$  در نظر می‌گیریم که داده‌ها برای تشکیل ماتریس مقایسه زوجی به صورت  $Z = (\tilde{A}, \tilde{B})$  است. هر دو بخش  $(\tilde{A})$  و  $(\tilde{B})$  را به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر می‌گیریم. متغیرهای کلامی و اعداد فازی مثلثی متناظر با بخش  $(\tilde{A})$  با استفاده از تحقیق عطایی [۲۳] و متغیرهای کلامی و اعداد فازی مثلثی متناظر با بخش  $(\tilde{B})$  با استفاده از تحقیق توکلی مقدم و همکاران [۲۴] جهت تشکیل اعداد  $Z$  به کار گرفته می‌شود.

به دلیل این که داده‌های استفاده شده در این پژوهش به صورت اعداد  $Z$  می‌باشند، از روابط (۱) و (۲) تحقیق جیرفتی و نجفی [۲۵]، استفاده کرده اعداد  $Z$  را به اعداد فازی تبدیل می‌کنیم. با توجه به رابطه (۱)،  $\alpha$  حاصل شده و برای جزء دوم اعداد  $Z$  یعنی قسمت قابلیت اطمینان  $(\tilde{B})$  توسط روش مرکز ثقل به دست می‌آید.

سیس توسط تکنیک FAHP، وزن‌ها را محاسبه می‌نماییم. برای به‌دست آوردن وزن نهایی زیرمعیارها، باید وزن معیارها را در وزن زیرمعیارهایشان ضرب نماییم. نتایج حاصل از این محاسبات در جدول ۸ آورده شده است.

**جدول ۸.** وزن محلی معیارها و زیرمعیارها با استفاده از مفهوم عدد Z

| معیار (وزن)    | زیرمعیارهای منتخب             | وزن محلی زیرمعیارها | وزن نهایی زیرمعیارها |
|----------------|-------------------------------|---------------------|----------------------|
| سودآوری (۰/۱۲) | سود هر سهم                    | ۰/۰۱                | ۰/۰۰۱۲               |
|                | حاشیه سود خالص                | ۰/۰۹                | ۰/۰۱۰۸               |
|                | بازده دارایی                  | ۰/۰۹                | ۰/۱۰۸                |
| رشد (۰/۲۰)     | نرخ رشد سود هر سهم            | ۰/۲۵                | ۰/۰۵                 |
|                | نرخ رشد سود خالص              | ۰/۳۰                | ۰/۰۶                 |
|                | نرخ رشد درآمدها               | ۰/۴۵                | ۰/۰۹                 |
| ریسک (۰/۴۳)    | ریسک تجاری                    | ۰/۳۵                | ۰/۱۵۰۵               |
|                | ریسک مالی                     | ۰/۲۳                | ۰/۰۹۸۹               |
|                | ریسک بازار                    | ۰/۴۳                | ۰/۱۸۴۹               |
| بازار (۰/۲۵)   | نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری | ۰/۵                 | ۰/۱۲۵                |
|                | نسبت قیمت به درآمد            | ۰/۵                 | ۰/۱۲۵                |

**گام سوم:** در این گام به ارزیابی هر سهم به ازای هر زیرمعیار می‌پردازیم. برای این منظور از خبرگان می‌خواهیم تا با استفاده از متغیرهای کلامی، به هر یک از زیرمعیارهای هر سهم، امتیاز دهند. اعداد فازی مثلثی معادل با متغیرهای کلامی مورد استفاده در این گام با استفاده از تحقیق جیرفتی و نجفی [۲۵] انجام می‌شود. همچنین نتایج حاصل از میانگین امتیاز زیرمعیارها به ازای هر سهم براساس نظر خبرگان و از مجموع حاصل ضرب وزن نهایی زیرمعیارها در مقادیر ارزیابی شده، امتیاز هر سهم به دست می‌آید. نتایج حاصل از این محاسبات در جدول ۹، آورده شده است.

**جدول ۹.** جمع‌بندی پرسشنامه‌های ارزیابی عملکرد هر زیرمعیار به ازای هر سهم

| شخصها  | شدیس   | شفارا  | شفن    | شخارک  | شاراک  | وزن    | زیرمعیارها     |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------------|
| ۰/۳۶۶۸ | ۰/۳۳۳۲ | ۰/۵    | ۰/۵    | ۰/۳    | ۰/۳۹۹۸ | ۰/۰۱۲  | B <sub>۱</sub> |
| ۰/۲۰۰۲ | ۰/۳    | ۰/۵۶۶۴ | ۰/۴    | ۰/۴۶۶۸ | ۰/۳۰۰۲ | ۰/۰۱۰۸ | B <sub>۲</sub> |
| ۰/۳۶۶۸ | ۰/۴۶۶۶ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۳۰۰۲ | ۰/۳۶۶۶ | ۰/۱۰۸  | B <sub>۳</sub> |
| ۰/۱۳۳۶ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۳۳۳۴ | ۰/۳۶۶۴ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۳۶۶۶ | ۰/۰۵   | G <sub>۱</sub> |
| ۰/۲۶۶۲ | ۰/۲۳۳۲ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۴۶۶۶ | ۰/۵۶۶۸ | ۰/۲۳۳۴ | ۰/۰۶   | G <sub>۲</sub> |
| ۰/۱۳۳۶ | ۰/۱۶۶۸ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۲۶۶۶ | ۰/۳۹۹۸ | ۰/۲۶۶۸ | ۰/۰۹   | G <sub>۳</sub> |
| ۰/۵۳۳۲ | ۰/۴۶۶۶ | ۰/۶۶۶۸ | ۰/۶۶۶۸ | ۰/۴۶۶۶ | ۰/۴    | ۰/۱۵۰۵ | R <sub>۱</sub> |
| ۰/۶۰۰۲ | ۰/۵۳۳۴ | ۰/۸۶۶۴ | ۰/۵۶۶۸ | ۰/۶۰۰۲ | ۰/۶۰۰۲ | ۰/۰۹۸۹ | R <sub>۲</sub> |
| ۰/۸۳۳۲ | ۰/۶۳۳۴ | ۰/۷۰۰۲ | ۰/۶۰۰۲ | ۰/۶۳۳۶ | ۰/۶۰۰۲ | ۰/۱۸۴۹ | R <sub>۳</sub> |
| ۰/۶۳۳۶ | ۰/۶۶۶۸ | ۰/۶۳۳۴ | ۰/۶۶۶۸ | ۰/۷۶۶۸ | ۰/۷۳۳۴ | ۰/۱۲۵  | M <sub>۱</sub> |
| ۰/۷۶۶۸ | ۰/۵۳۳۲ | ۰/۵۰۰۲ | ۰/۳۹۹۸ | ۰/۴۶۶۶ | ۰/۸    | ۰/۱۲۵  | M <sub>۲</sub> |
| ۰/۵۵۰۶ | ۰/۴۹۴۸ | ۰/۵۹۲۴ | ۰/۵۲۲۷ | ۰/۵۳۰۴ | ۰/۵۲۱۹ | -      | امتیاز نهایی   |

### گام چهارم: مدل‌سازی ریاضی برای تعیین میزان خرید از هر سهم

همان‌طور که بیان شد، پس از تعیین امتیاز هر سهم، هدف، تعیین میزان خرید بهینه از هر سهم در هر دوره‌ی زمانی است. برای این منظور با استفاده از اطلاعات مربوط به ۶ سهم مذکور در ۶ دوره زمانی به اعتبارسنجی مدل ارایه

شده در بخش سوم پرداخته می‌شود. در ادامه، داده‌های مربوط به این شش سهم در قالب جداول ۱۰ و ۱۱، آورده شده است.

جدول ۱۰. قیمت خرید و فروش هر واحد سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$

| سهم | دوره زمانی |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|     | ۱          |       | ۲     |       | ۳     |       | ۴     |       | ۵     |       | ۶     |       |
|     | فروش       | خرید  | فروش  | خرید  | فروش  | خرید  | فروش  | خرید  | فروش  | خرید  | فروش  | خرید  |
| ۱   | ۲۹۰۵       | ۳۳۶۶  | ۲۹۹۲  | ۳۰۹۲  | ۳۰۳۹  | ۳۵۰۶  | ۲۹۰۵  | ۲۹۴۱  | ۲۶۰۲  | ۲۷۸۴  | ۲۴۸۵  | ۲۴۰۵  |
| ۲   | ۱۲۳۰۸      | ۱۲۲۱۲ | ۱۳۵۸۱ | ۱۲۵۷۵ | ۱۳۰۷۹ | ۱۴۰۹۱ | ۱۳۰۵۴ | ۱۳۰۸۴ | ۱۱۲۴۴ | ۱۱۵۸۱ | ۹۹۲۸  | ۹۶۱۶  |
| ۳   | ۹۴۹۵       | ۱۰۹۱۹ | ۹۸۲۱  | ۱۱۵۵۱ | ۱۰۰۰۷ | ۱۱۵۰۳ | ۱۰۰۸۱ | ۱۰۴۳۸ | ۱۰۲۹۳ | ۱۰۵۶۵ | ۹۱۳۱  | ۱۰۵۷۱ |
| ۴   | ۱۳۷۳۴      | ۱۴۳۹۹ | ۱۳۷۱۹ | ۱۳۴۲۳ | ۱۴۱۰۱ | ۱۶۴۳۳ | ۱۳۳۸۸ | ۱۵۷۲۶ | ۹۶۰۹  | ۱۰۴۰۱ | ۹۵۳۴  | ۹۱۹۹  |
| ۵   | ۱۶۳۰۶      | ۱۸۱۲۱ | ۱۶۹۸۵ | ۱۸۷۸۳ | ۱۶۶۱۴ | ۱۸۷۲۶ | ۱۷۴۳۷ | ۲۰۵۹۴ | ۱۸۳۷۳ | ۱۸۷۲۹ | ۱۶۰۸۵ | ۱۹۲۱۲ |
| ۶   | ۱۸۳۹۲      | ۲۱۶۶۰ | ۸۴۶۴  | ۹۴۵۶  | ۱۰۱۰۰ | ۱۱۴۸۸ | ۸۴۳۹  | ۹۱۸۸  | ۸۶۷۵  | ۸۳۴۷  | ۱۰۷۸۵ | ۹۹۱۰  |

جدول ۱۱. ریسک خرید و امتیاز هر سهم  $i$  در دوره زمانی  $t$  به دست آمده از روش MADM

| سهم | دوره زمانی |          |        |          |        |          |        |          |        |          |        |          |
|-----|------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|
|     | ۱          |          | ۲      |          | ۳      |          | ۴      |          | ۵      |          | ۶      |          |
|     | ریسک       | امتیاز   | ریسک   | امتیاز   | ریسک   | امتیاز   | ریسک   | امتیاز   | ریسک   | امتیاز   | ریسک   | امتیاز   |
| ۱   | ۰/۴۹۸۹     | ۰/۴۷۱۳۵۴ | ۰/۴۹۸۹ | ۰/۴۷۱۳۵۴ | ۰/۴۹۸۹ | ۰/۴۷۱۳۵۴ | ۰/۴۹۸۹ | ۰/۴۷۱۳۵۴ | ۰/۴۹۸۹ | ۰/۴۷۱۳۵۴ | ۰/۴۹۸۹ | ۰/۴۷۱۳۵۴ |
| ۲   | ۰/۵۳۹۵     | ۰/۵۰۱۵۱  | ۰/۵۳۹۵ | ۰/۵۰۱۵۱  | ۰/۵۳۹۵ | ۰/۵۰۱۵۱  | ۰/۵۳۹۵ | ۰/۵۰۱۵۱  | ۰/۵۳۹۵ | ۰/۵۰۱۵۱  | ۰/۵۳۹۵ | ۰/۵۰۱۵۱  |
| ۳   | ۰/۶۲۴۳     | ۰/۴۹۷۵۴۹ | ۰/۶۲۴۳ | ۰/۴۹۷۵۴۹ | ۰/۶۲۴۳ | ۰/۴۹۷۵۴۹ | ۰/۶۲۴۳ | ۰/۴۹۷۵۴۹ | ۰/۶۲۴۳ | ۰/۴۹۷۵۴۹ | ۰/۶۲۴۳ | ۰/۴۹۷۵۴۹ |
| ۴   | ۰/۷۳۱۲     | ۰/۵۵۹۰۵۶ | ۰/۷۳۱۲ | ۰/۵۵۹۰۵۶ | ۰/۷۳۱۲ | ۰/۵۵۹۰۵۶ | ۰/۷۳۱۲ | ۰/۵۵۹۰۵۶ | ۰/۷۳۱۲ | ۰/۵۵۹۰۵۶ | ۰/۷۳۱۲ | ۰/۵۵۹۰۵۶ |
| ۵   | ۰/۵۲۰۱     | ۰/۴۴۴۶۸۹ | ۰/۵۲۰۱ | ۰/۴۴۴۶۸۹ | ۰/۵۲۰۱ | ۰/۴۴۴۶۸۹ | ۰/۵۲۰۱ | ۰/۴۴۴۶۸۹ | ۰/۵۲۰۱ | ۰/۴۴۴۶۸۹ | ۰/۵۲۰۱ | ۰/۴۴۴۶۸۹ |
| ۶   | ۰/۶۱۴۲     | ۰/۴۶۲۳۶۷ | ۰/۶۱۴۲ | ۰/۴۶۲۳۶۷ | ۰/۶۱۴۲ | ۰/۴۶۲۳۶۷ | ۰/۶۱۴۲ | ۰/۴۶۲۳۶۷ | ۰/۶۱۴۲ | ۰/۴۶۲۳۶۷ | ۰/۶۱۴۲ | ۰/۴۶۲۳۶۷ |

جدول ۱۲. روابط پیش‌نیازی بین سهام

| سهم | دوره زمانی |   |   |   |   |   | دوره زمانی |   |   |   |   |   |
|-----|------------|---|---|---|---|---|------------|---|---|---|---|---|
|     | ۱          | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۱          | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
| ۱   | ۰          | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۴          | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۲   | ۰          | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۵          | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۳   | ۱          | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۶          | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |

به دلیل این که پیش‌نیازی در تمامی دوره‌ها به‌طور یکسان در نظر گرفته شده است این روابط در جدول ۱۲ به ازای یک دوره آورده شده است. مساله‌ی پیش‌رو یک مساله چندهدفه است و عدم قطعیت، در هزینه، مقدار خرید و ریسک وجود دارد. لذا با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی چندهدفه ارائه‌شده توسط ليو [۲۶]، توابع هدف به صورت فازی در نظر گرفته شده است. سپس مدل، را براساس این عدم قطعیت در نرم‌افزار، کدنویسی کرده و با استفاده از داده‌های بورس و سازمان، مورد مطالعه اجرا می‌نماییم.

#### ۴-۱ مدل چندهدفه فازی

به دلیل این که مدل دارای سه تابع هدف غیرهمجنس است، از رویکرد فازی ارایه‌شده توسط ليو [۲۶]، برای فازی کردن توابع هدف و محدودیت‌ها و نهایتاً حل مدل ریاضی چندهدفه استفاده می‌نماییم. در این مدل،  $d_l$ ، میزان تخطی از پارامتر مورد بررسی است.  $Z^{positive}$  و  $Z^{negative}$  به ترتیب حد بالا و پایین توابع هدف هستند که به صورت روند توضیح داده شده در ادامه آورده می‌شوند. برای به‌دست آوردن  $Z^{positive}$  و  $Z^{negative}$  به این صورت عمل می‌شود که ابتدا با در نظر گرفتن هر معیار به تنهایی مساله حل شود و در این صورت با توجه به سه تابع هدف موجود سه بار باید هر مساله حل شود که برای هر حل سه معیار  $Z_1, Z_2$  و  $Z_3$  محاسبه می‌شود. نتایج این مرحله، به صورت یک ماتریس  $3 \times 3$  در رابطه (۱۲) نشان داده شده است.

$$\begin{matrix} & Z_1 & Z_2 & Z_3 \\ \begin{matrix} Z_1^* \\ Z_2^* \\ Z_3^* \end{matrix} & \begin{pmatrix} 6550.6300 & 270.521/1175 & 346565/0.75 \\ 40.3214400 & 278635/347 & 363885/399 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

در ماتریس (۱۲) ردیف اول مربوط به حالتی است که مدل مساله فقط با در نظر گرفتن معیار  $Z_1$ ، مورد نظر حل می‌شود و ردیف‌های دوم و سوم به ترتیب مربوط به حل مدل در حالت‌های در نظر گرفتن معیارهای  $Z_2$  و  $Z_3$  به تنهایی است. پس از حل مدل‌ها، مقادیر  $Z^{positive}$  و  $Z^{negative}$  به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$Z_1^{negative} = Z_2^{negative} = Z_3^{negative} = 0 \\ Z_1^{positive} = 363885/399, Z_2^{positive} = 278635/347 \text{ and } Z_3^{positive} = 6550.6300$$

بنابراین مدل ریاضی چندهدفه فازی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max \lambda \\ \mu_{Z_{benefit}} = \frac{\sum_i \sum_t (s_{it} - c_{it}) * x_{it}}{6550.6300} \geq \lambda \quad (13)$$

$$\mu_{Z_{totalvalueofpurchasing}} = \frac{\sum_i \sum_t w_{it} * x_{it}}{278635/347} \geq \lambda \quad (14)$$

$$\mu_{Z_{risk}} = \frac{363885/399 - \sum_i \sum_t r_{it} * x_{it}}{363885/399} \geq \lambda \quad (15)$$

$$\sum_i c_{it} * x_{it} \leq bg_t \quad \forall t \quad (16)$$

$$x_{it} \leq BigM * y_{it} \quad \forall i, t \quad (17)$$

$$x_{it} \geq A - BigM * (1 - y_{it}) \quad \forall i, t \quad (18)$$

$$Z_{\hat{it}} \leq p_{\hat{it}} \quad \forall \hat{t}, i, t \quad (19)$$

$$Z_{\hat{it}} \geq y_{it} - (1 - p_{\hat{it}}) * BigM \quad \forall \hat{t}, i, t \quad (20)$$

$$\begin{aligned} y_{it} &\geq y_{it} * z_{it} \quad \forall i, t \\ \lambda &\in [0, 1] \\ x_{it} &\geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

پس از حل مدل به ازای داده‌های ورودی، نتیجه، به صورت زیر خواهد بود:

همچنین برای  $Z^{benefit} = 4/7310.45E + 8$  و  $Z^{totalvalueofpurchasing} = 153999/874$ ،  $Z^{risk} = 193231/463$  دوره‌های اول و دوم به میزان ۱۰۰۰۰۰ سهم شفن و برای دوره ششم به میزان ۱۰۹۵۱۷ سهم شفن خریداری شود و برای دوره‌های سوم تا پنجم، هیچ سهمی خریداری نگردد.

#### ۴-۲ تحلیل حساسیت

در این بخش به هریک از توابع هدف یک وزن داده می‌شود و با تغییر در اوزان، تغییرات منطقی منتج از مدل با انتظارات ما از مدل مقایسه می‌گردد. چنانچه این نتایج منطبق بر انتظارات منطقی از مدل باشد، اعتبار مدل سنجیده خواهد شد. در ابتدا مدل را در حالت اوزان برابر برای هر سه تابع هدف اجرا می‌نماییم که مقادیر ۳ تابع هدف به صورت زیر می‌گردد.

$$Z^{benefit} = 342176200 \text{ و } Z^{totalvalueofpurchasing} = 104544/002, Z^{risk} = 135210/857$$

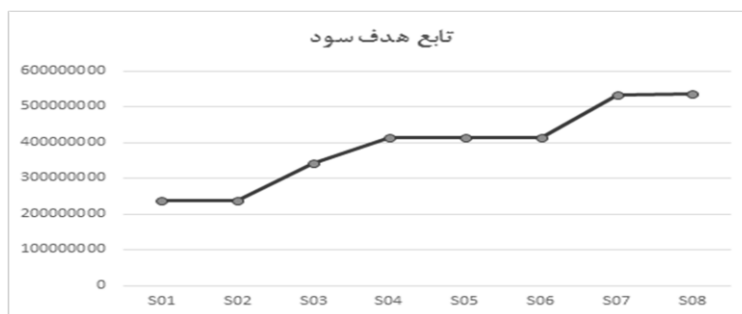
با افزایش در اوزان توابع هدف بیشینه‌سازی انتظار می‌رود که این توابع بدتر نشوند (یعنی یا بیشتر شوند و یا ثابت بمانند). با افزایش در توابع هدف کمینه‌سازی انتظار می‌رود که این توابع نیز بدتر نشوند (یعنی یا کاهش یابند و یا ثابت بمانند). همچنین با کاهش در اوزان توابع هدف، انتظار می‌رود که نتایج عکس اتفاق افتد. بر این اساس با افزایش و کاهش به ازای هر تابع هدف، روند آن‌ها را بررسی می‌نماییم.

#### ۴-۲-۱ بررسی تابع هدف سود

روند تغییرات تابع هدف سود در جدول ۱۳، آورده شده که وزن‌های دو تابع هدف دیگر مساوی هم هستند. همچنین روند تغییرات تابع هدف سود در شکل ۱، آورده شده است.

جدول ۱۳. روند تغییرات تابع هدف سود

| سناریو | وزن | مقدار تابع هدف | سناریو | وزن | مقدار تابع هدف |
|--------|-----|----------------|--------|-----|----------------|
| S۰۱    | ۰/۱ | ۲۳۸۷۲۷۱۰۰      | S۰۵    | ۰/۵ | ۴۱۴۸۷۹۱۰۰      |
| S۰۲    | ۰/۲ | ۲۳۸۷۲۷۱۰۰      | S۰۶    | ۰/۶ | ۴۱۴۸۷۹۱۰۰      |
| S۰۳    | ۰/۳ | ۳۴۲۱۷۶۲۰۰      | S۰۷    | ۰/۷ | ۵۳۴۳۰۰۰۰۰      |
| S۰۴    | ۰/۴ | ۴۱۴۸۷۹۱۰۰      | S۰۸    | ۰/۸ | ۵۳۷۴۵۲۱۰۰      |



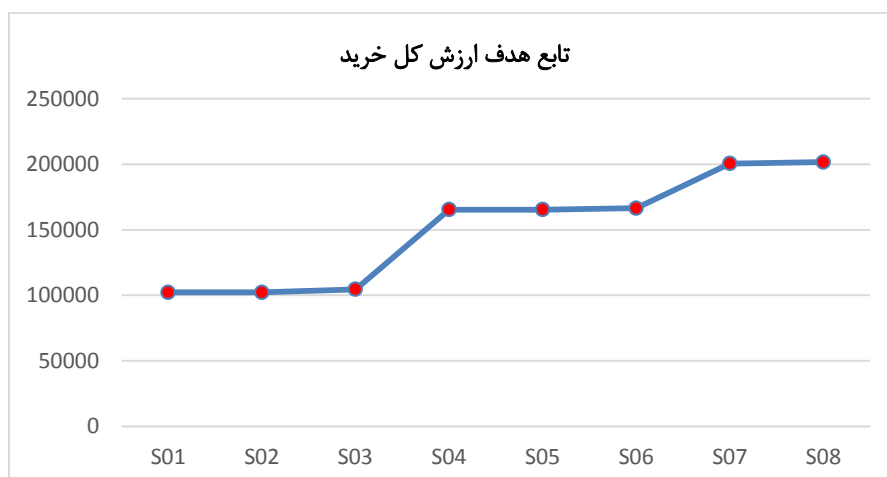
شکل ۱. روند تغییرات تابع هدف سود

#### ۴-۲-۲ بررسی تابع هدف ارزش کل خرید

روند تغییرات تابع هدف ارزش کل خرید در جدول ۱۴، آورده شده که وزن‌های دو تابع هدف دیگر مساوی هم هستند. همچنین روند تغییرات این تابع هدف، در شکل ۲، آورده شده است.

جدول ۱۴. روند تغییرات تابع هدف ارزش کل خرید

| سناریو | وزن | مقدار تابع هدف | سناریو | وزن | مقدار تابع هدف |
|--------|-----|----------------|--------|-----|----------------|
| S۰۱    | ۰/۱ | ۱۰۲۱۵۵/۷۶۶     | S۰۵    | ۰/۵ | ۱۶۵۳۷۰/۳۶۷     |
| S۰۲    | ۰/۲ | ۱۰۲۱۵۵/۷۶۶     | S۰۶    | ۰/۶ | ۱۶۶۴۸۶/۸۶۴     |
| S۰۳    | ۰/۳ | ۱۰۴۵۴۴/۰۰۲     | S۰۷    | ۰/۷ | ۲۰۰۴۵۰/۵۲      |
| S۰۴    | ۰/۴ | ۱۶۵۳۷۰/۳۶۷     | S۰۸    | ۰/۸ | ۲۰۱۶۵۲/۱       |



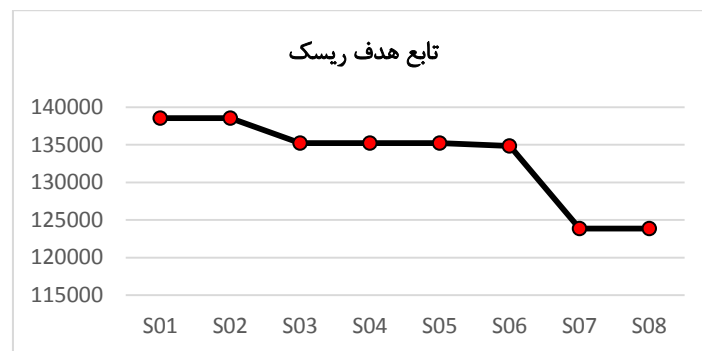
شکل ۲. روند تغییرات تابع هدف ارزش کل خرید

## ۴-۲-۳ بررسی تابع هدف ریسک

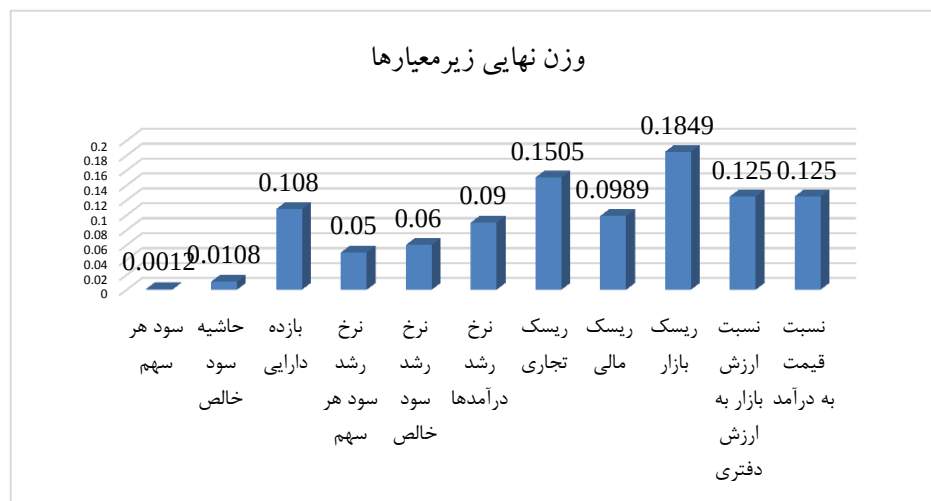
روند تغییرات تابع هدف ریسک، در جدول ۱۵، آورده شده که وزن‌های دو تابع هدف دیگر مساوی هم هستند. همچنین روند تغییرات تابع هدف ریسک در شکل ۳، آورده شده است.

جدول ۱۵. روند تغییرات تابع هدف ریسک

| سناریو          | وزن | مقدار تابع هدف | سناریو          | وزن | مقدار تابع هدف |
|-----------------|-----|----------------|-----------------|-----|----------------|
| S <sub>01</sub> | ۰/۱ | ۱۳۸۵۳۰/۸۸۵     | S <sub>05</sub> | ۰/۵ | ۱۳۵۲۱۰/۸۵۷     |
| S <sub>02</sub> | ۰/۲ | ۱۳۸۵۳۰/۸۸۵     | S <sub>06</sub> | ۰/۶ | ۱۳۴۸۲۲/۲۳۴     |
| S <sub>03</sub> | ۰/۳ | ۱۳۵۲۱۰/۸۵۷     | S <sub>07</sub> | ۰/۷ | ۱۲۳۸۵۰         |
| S <sub>04</sub> | ۰/۴ | ۱۳۵۲۱۰/۸۵۷     | S <sub>08</sub> | ۰/۸ | ۱۲۳۸۵۰         |



شکل ۳. روند تغییرات تابع هدف ریسک



شکل ۴. شمای کلی از اوزان بدست آمده برای زیرمعیارهای مختلف

در این تحقیق با استفاده از اطلاعات ۶ سهم، رویکرد پیشنهادی پیاده‌سازی گردید. برای این منظور ۴ معیار بازار، ریسک، رشد و سودآوری برای ارزیابی، مورد استفاده قرار گرفت. اوزان به‌دست آمده از روش تصمیم‌گیری چندشاخصه‌ای برای زیرمعیارهای هر یک از این معیارها به‌صورت شماتیک در شکل ۴، نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که رویکرد عدد Z در این اوزان اعمال گردیده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش در اوزان توابع هدف "سود" و "ارزش کل خرید" توابع هدف یا ثابت‌مانده و یا افزایش یافته است. و در تابع هدف "ریسک" تابع هدف یا ثابت‌مانده و یا کاهش یافته است. روند هر سه تابع هدف منطبق با انتظارات منطقی ما از مدل است؛ بنابراین صحت مدل پیشنهادی مورد تایید است.

## ۵ نتیجه‌گیری

همان‌گونه که پیش از این نیز اشاره گردید، به دنبال ارایه رویکرد پیشنهادی برای انتخاب سبد سهام در خرید بهینه از هر کدام از آن‌ها با در نظر گرفتن معیارهای مختلف هستیم. لذا در این تحقیق به منظور تحقق اهداف پژوهش از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره و بهینه‌سازی چندهدفه فازی و مفهوم اعداد Z به صورت هم‌زمان، بهره گرفته شده است. هدف تحقیق حاضر شناسایی معیارها و زیرمعیارها، اولویت‌بندی معیارها، رتبه‌بندی سهام و انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام است. به طور کلی، رویکرد ارایه‌شده در این تحقیق را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود که در بخش اول با استفاده از تکنیک تصمیم‌گیری چندشاخصه به انتخاب سبد مناسبی از سهام که یک تصمیم استراتژیک است پرداخته می‌شود. بخش دوم به استفاده از یک مدل بهینه‌سازی ریاضی به میزان خرید از هر سهم در هر دوره زمانی جهت ارتباط با آن‌ها که تصمیمات عملیاتی است اختصاص می‌یابد. پس از مدلسازی، در مرحله دوم، مساله مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار، حل گردید و نتایج به دست آمده از حل آن ارایه شد. برای حل مساله سه هدفه مذکور، از روش برنامه‌ریزی چندهدفه فازی، بهره گرفته شد که جزییات محاسبات و مدل‌های آن در بخش چهارم توضیح داده شد. بعد از انجام این مراحل، نتیجه آن شد که برای دوره‌های اول، دوم و ششم سهم شفن خریداری شود و برای دوره‌های سوم تا پنجم، هیچ سهمی خریداری نشود. در آخر نیز جهت بررسی بیشتر، تحلیل حساسیت‌هایی بر روی توابع هدف انجام گردید. تحلیل حساسیت‌ها بر روی هر سه تابع هدف، یعنی تابع سود، تابع هدف ارزش کل خرید و تابع هدف ریسک، به همراه محاسبات، جداول و شکل‌ها انجام شده است. همچنین از نتایج این تحقیق می‌توان جهت موارد مشابه از جمله شناسایی معیارها و زیر معیارها، اولویت بندی آنها در بورس و اوراق بهادار در شرایط قطعی و غیر قطعی (در حالات فازی، خاکستری و موارد مشابه) استفاده نمود.

## منابع

- [1] Afshar, K. M., Khaliliaraghi, M., Sadatkiaei, A., (2012). Stock selection of Tehran stock exchange investors with hybrid of data envelopment analysis (DEA) and goal programming (GP), *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 5(13), 49-63 (In Persian).
- [2] Behnamian J. Moshrefi M., (2017), Hybrid meta-Heuristic Algorithm for Multi-objective Portfolio Optimization by Fuzzy Programming, *Financial Engineering and Securities Management*, 8(30), 33-53, (In Persian).
- [3] Jafarzadeh, H., Akbari, P., & Abedin, B. (2018). A methodology for project portfolio selection under criteria prioritisation, uncertainty and projects interdependency-combination of fuzzy QFD and DEA. *Expert Systems with Applications*, 110 (15), 237-249.
- [4] Barbati, M., Greco, S., Kadziński, M., & Słowiński, R. (2017). Optimization of multiple satisfaction levels in portfolio decision analysis. *Omega*, 78, 192-204.
- [5] Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Masoumzadeh A., (2009), Ranking of Decision-Making Units Using Common Weights, *Journal of Operational Research in Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University*, 6(23), 61-68, (In Persian).



- [6] Alvarez-García, B., & Fernández-Castro, A. S. (2018). A comprehensive approach for the selection of a portfolio of interdependent projects. An application to subsidized projects in Spain. *Computers & Industrial Engineering*, 118, 153-159.
- [7] Iamratanakul S. Patanakul P. Milosevic D. (2008). Project portfolio selection: From past to present. *Proceedings of the 2008 IEEE ICMIT*, 287-292.
- [8] Oikonomou, I., Platanakis, E., & Sutcliffe, C. (2017). Socially responsible investment portfolios: does the optimization process matter? *The British Accounting Review*.
- [9] Pérez, F., Gómez, T., Caballero, R., & Liern, V. (2017). Project portfolio selection and planning with fuzzy constraints. *Technological Forecasting and Social Change*.
- [10] Chang, J., Shi, P. (2011). Using investment satisfaction capability index based particle swarm optimization to construct a stock portfolio. *Information Sciences*, 181(14), 2989-2999.
- [11] Rocha, A., Tereso, A., Cunha, J., & Ferreira, P. (2014). Investment's analysis and decision making: Valuing R&D project portfolios using the PROV exponential decision method. *Tékhnē*, 12(1-2), 48-59.
- [12] Olaru M. Sandru M. Pirnea I C. (2014). Monte Carlo Method Application for Environmental Risks Impact Assessment in Investment Projects. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 109, 940-943.
- [13] Kazemi, A., Sarrafha, K., & Beedel, M. (2014). A hybrid fuzzy decision-making method for a portfolio selection: a case study of Tehran Stock Exchange. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 18(3), 335-354.
- [14] Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
- [15] Seifi, M., Charsoghi, S.K., (2014), Designing a Decision Support System for Risk Management in Construction Investment Projects, 1st National Congress on Construction Engineering and Projects Assessment, Iran, Golestan, Gorgan.
- [16] Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Masoumzadeh A., (2015), Human resources and Bank Saderat Gilan branches performance Evaluation using the data envelopment analysis, *Journal of Operational Research in Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University*, 12(45), 125-137, (In Persian).
- [17] Gong X. Yu C. Min, L. Ge Z. (2021). Regret theory-based fuzzy multi-objective portfolio selection model involving DEA cross-efficiency and higher moments. *Applied Soft Computing*, 100, 106958.
- [18] Zhang H. Watada J. Wang B. (2019). Sensitivity-based fuzzy multi-objective portfolio model with Value-at-Risk. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 14(11), 1639-1651.
- [19] Yue W. Wang Y. (2017). A new fuzzy multi-objective higher order moment portfolio selection model for diversified portfolios. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 465, 124-140.
- [20] Chang DY. 1996. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*, 95:649-655.
- [21] Mohamadi A., Saminia A.A., Javanmardi E., (2015), Application of DEMATEL, Network Analysis and TOPSIS Combination in Investment Portfolios Prioritization, *Financial Engineering and Securities Management*, 6(24), 15-40, (In Persian).
- [22] Kahraman C. Ertay T. Buyukozkan G. (2006). A fuzzy optimization model for QFD planning process using analytic network approach. *European Journal of Operational Research*, 171(2), 390-411.
- [23] Ataei, M., *Multi-Criteria-Decision Making (Book)*, (2016), Shahrood University of Technology Jihad Publications, Iran – Shahrood, (In Persian).
- [24] Tavakkoli-Moghaddam R. Sotoudeh-Anvari A. Siadat A. (2015). A multi-criteria group decision-making approach for facility location selection using PROMETHEE under a fuzzy environment. *Springer International Publishing Switzerland*, 218: 145-156.
- [25] Jirofti A., Najafi A., (2017), Investment Portfolio Optimization Using Value at Risk Under Credibility Theory with Z-numbers Approach, *Financial Engineering and Securities Management*, 8(30), 95-113, (In Persian).
- [26] Liu C Y. Yeh S J. (2012). Application of type-2 neuro- fuzzy modeling in stock price prediction, *Applied Soft Computing* 12 (4), 1348–1358.